

<b>EKSAMEN</b>		<b>NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT</b>	
<b>GRAAD</b>		12	
<b>DATUM</b>		MEI/JUNIE 2025	
<b>VAK</b>		WISKUNDE	
<b>VRAESTEL</b>		2	
<b>PUNTETOTAAL</b>		150	
<b>TYDSDUUR (UUR)</b>		3	
<b>AANTAL BLADSYE</b>		30	



SOUTH AFRICAN COMPREHENSIVE ASSESSMENT INSTITUTE  
 SUID-AFRIKAANSE KOMPREENSIEWE ASSESSERINGSINSTITUUT



## INSTRUKSIES

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae. Beantwoord al die vrae.
2. Toon duidelik **ALLE** berekeninge, diagramme, grafieke ens. wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal.
3. Slegs antwoorde sal nie noodwendig met volpunte beloon word nie.
4. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.
5. Indien nodig, rond antwoorde af tot **TWEE** desimale plekke, tensy anders vermeld.
6. Diagramme is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
7. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
8. Skryf netjies en leesbaar, slegs in **BLOU** ink.
9. Beantwoord al die vrae **op die eksamenvraestel** op die lyne wat na elke vraag verskaf word.
10. Bykomende skryfspasie word aan die einde van die vraestel voorsien. Dui duidelik aan of jy die bykomende skryfspasie gebruik om 'n vraag te voltooi.

## VRAAG 1

In 'n opname is 80 leerders van Hoërskool Ntsako gevra hoeveel ure hulle per week spandeer om na hul gunsteling televisieprogramme te kyk. Die frekwensietabel hieronder verteenwoordig die verspreiding van die hoeveelheid tyd wat spandeer word om hul gunsteling televisieprogramme te kyk.

Tyd in ure	Frekwensie
$10 < t \leq 15$	8
$15 < t \leq 20$	28
$20 < t \leq 25$	27
$25 < t \leq 30$	12
$30 < t \leq 35$	4
$35 < t \leq 40$	1

1.1 Gee die modale interval van die data. (1)

---



---

1.2 Teken 'n ogief (kumulatiewe frekwensiegrafiek) om die data in die tabel te illustreer. (4)

---



---



---



---



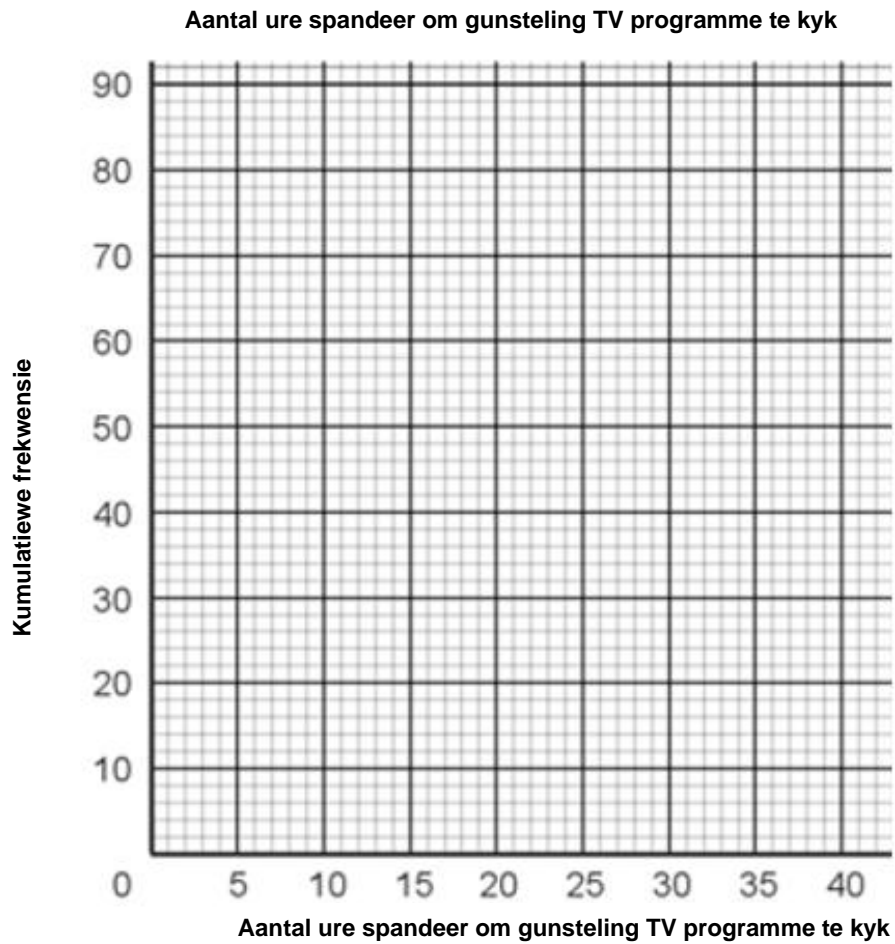
---



---



---



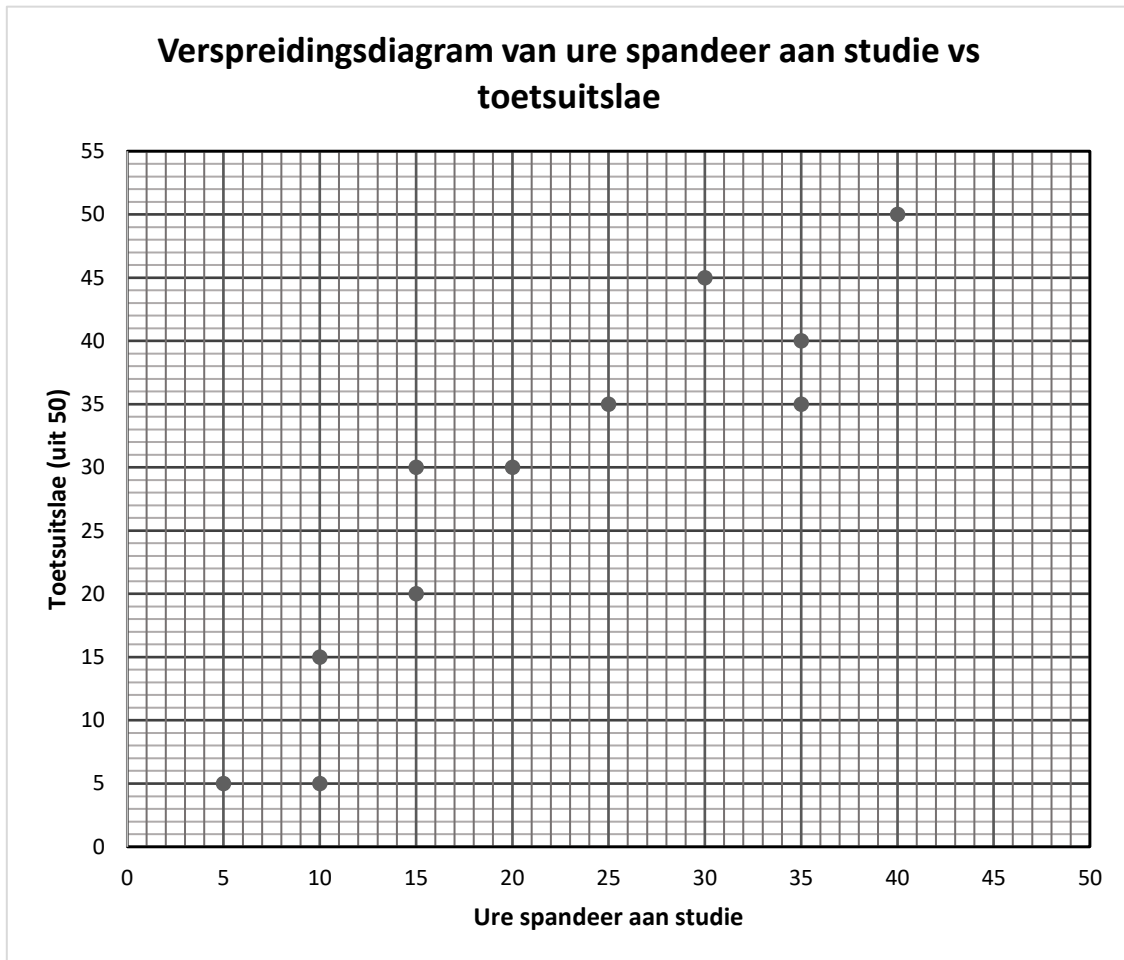
1.3 **Gebruik jou grafiek** om die mediaan van die data te skat. Dui jou antwoord aan deur 'n hoofletter **M** op jou grafiek te plaas.

(2)

[7]

## VRAAG 2

2.1 Elf graad 12-leerders wil verstaan hoe die hoeveelheid tyd wat hulle studeer, ooreenstem met hul toetspunte. Elke leerder teken die aantal ure wat hulle spandeer om vir Wiskunde per week te studeer en hul ooreenstemmende toetspunte uit 50 aan. Hulle stel hul data op die onderstaande verspreidingsdiagram voor.



2.1.1 Bereken die vergelyking van die kleinste kwadrate regressielyn van die data. (3)

---



---



---



---

2.1.2 Trek die regressielyn op die verspreidingsgrafiek wat in die vraag verskaf word. Dui die gemiddelde vir beide die studietyd en die uitslag vir die toets op die diagram aan. (2)

2.1.3 Voorspel, tot die naaste heelgetal, die toetspunt van 'n leerder wat 18,5 ure spandeer om vir die Wiskunde-toets te studeer. (2)

---

---

---

---

2.1.4 Bepaal die korrelasiekoëffisiënt van die data en lewer kommentaar op die korrelasie tussen die studietyd en die toetsuitslae. (2)

---

---

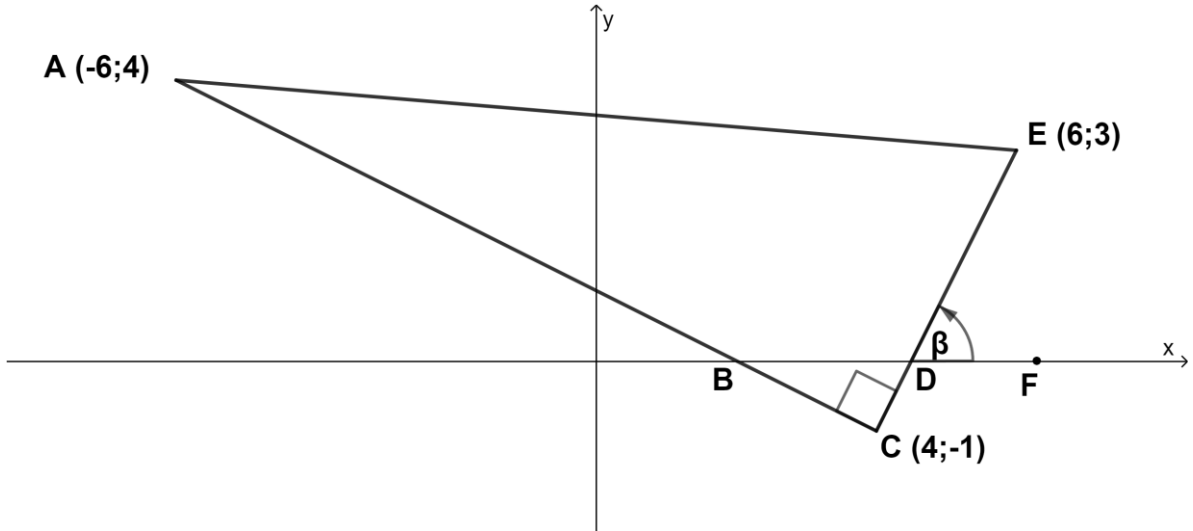
---

---



### VRAAG 3

In die onderstaande diagram is  $A(-6;4)$ ,  $C(4;-1)$  en  $E(6;3)$  die hoekpunte van 'n driehoek met  $\hat{C} = 90^\circ$ .  $AC$  sny die  $x$ -as by  $B$  en  $EC$  sny die  $x$ -as by  $D$ .  $F$  is 'n punt op die positiewe  $x$ -as.  $\hat{EDF} = \beta$ .



3.1 Bereken die gradiënt van  $EC$ . (2)

---



---



---



---



---



---



---

3.2 Bepaal die vergelyking van die lyn  $PA$ , wat deur  $A$  gaan en ewewydig aan  $EC$  is. (3)

---



---



---



---



---

3.3 Bereken die oppervlakte van  $\Delta ACE$ . (5)

---

---

---

---

---

---

---

---

3.4 Bereken die grootte van  $D\hat{B}C$ . (4)

---

---

---

---

---

---

---

---

3.5 Bereken die koördinate van punt Q, wat in die tweede kwadrant lê en 'n reghoek ACEQ, in daardie volgorde, vorm. (4)

---

---

---

---

---

---

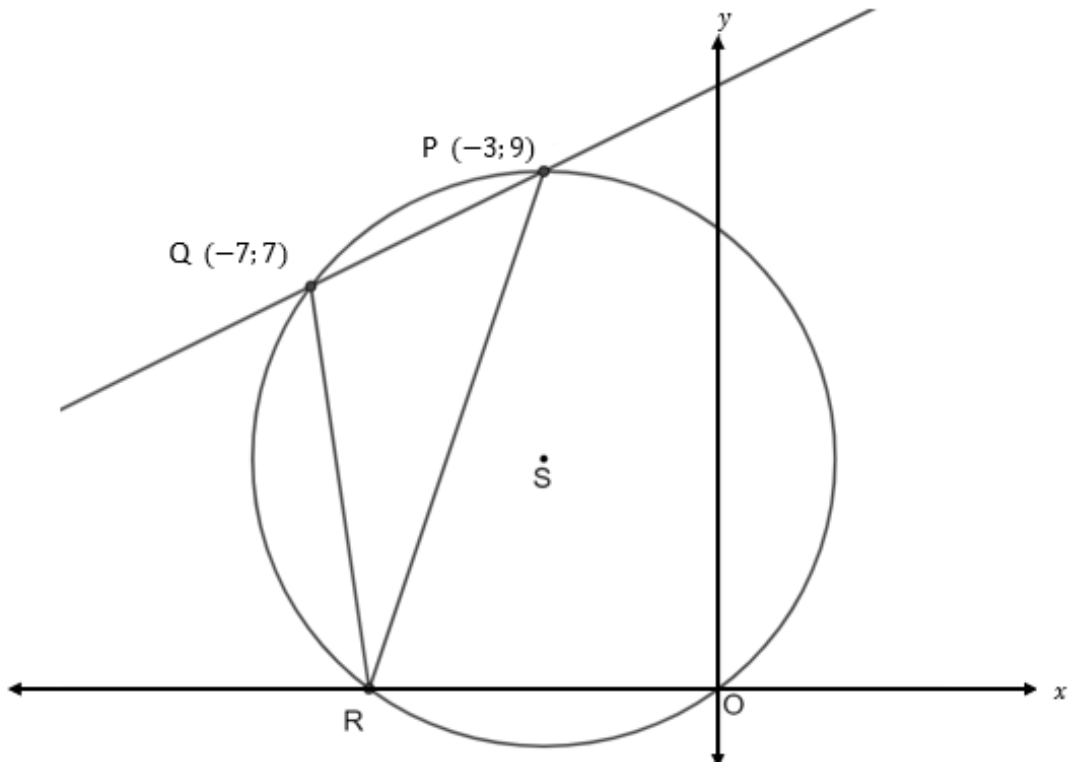
---

---

[18]

### VRAAG 4

- Sirkel met middelpunt S gaan deur punte P(-3;9), Q (-7;7), R en die oorsprong, O.
- R lê op die  $x$ -as.
- Die vergelyking van die sirkel is:  $x^2 + 6x + y^2 - 8y = 0$ .



4.1 Bepaal die koördinate van middelpunt S.

---



---



---



---

4.2 Skryf die radius van sirkel S neer. (1)

---

---

4.3 Bereken die koördinate van R. (2)

---

---

---

---

4.4 Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan die sirkel by punt Q. (4)

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

4.5 Bepaal of lyn SQ deur die middelpunt, T, van PR gaan. Toon al jou berekeninge. (5)

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

4.6 'n Tweede sirkel, met middelpunt A en vergelyking  $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 25$ , word op dieselfde assestelsel geteken. Bereken of die sirkels ekstern sal raak of mekaar sal sny. (4)

---

---

---

---

---

---

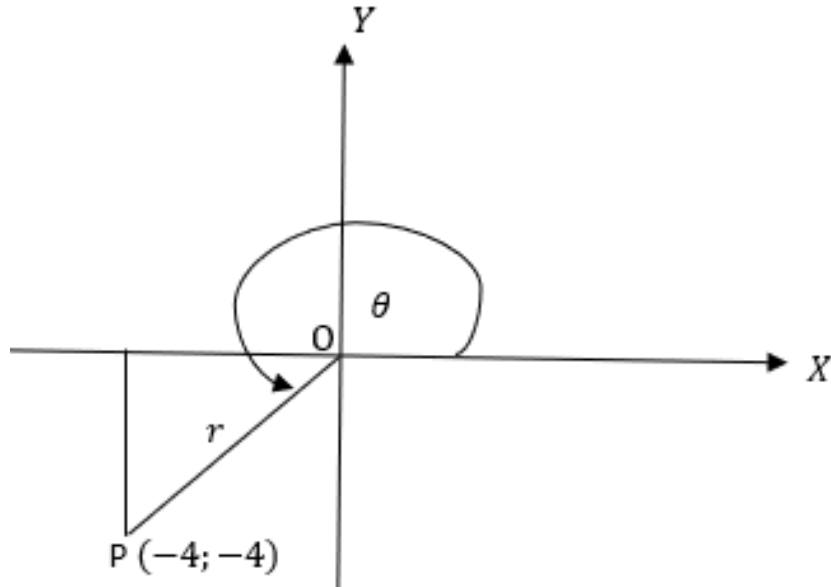
---

---

[19]

### VRAAG 5

- 5.1 In die diagram word  $P(-4; -4)$  gegee.  $X\hat{O}P = \theta$ .  
 Gebruik die diagram om die vrae wat volg te antwoord, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**.



- 5.1.1 Bepaal  $\cos \theta$ . (2)

---



---



---



---

- 5.1.2 Bepaal  $\sin 2\theta - 1$ . (3)

---



---



---



---

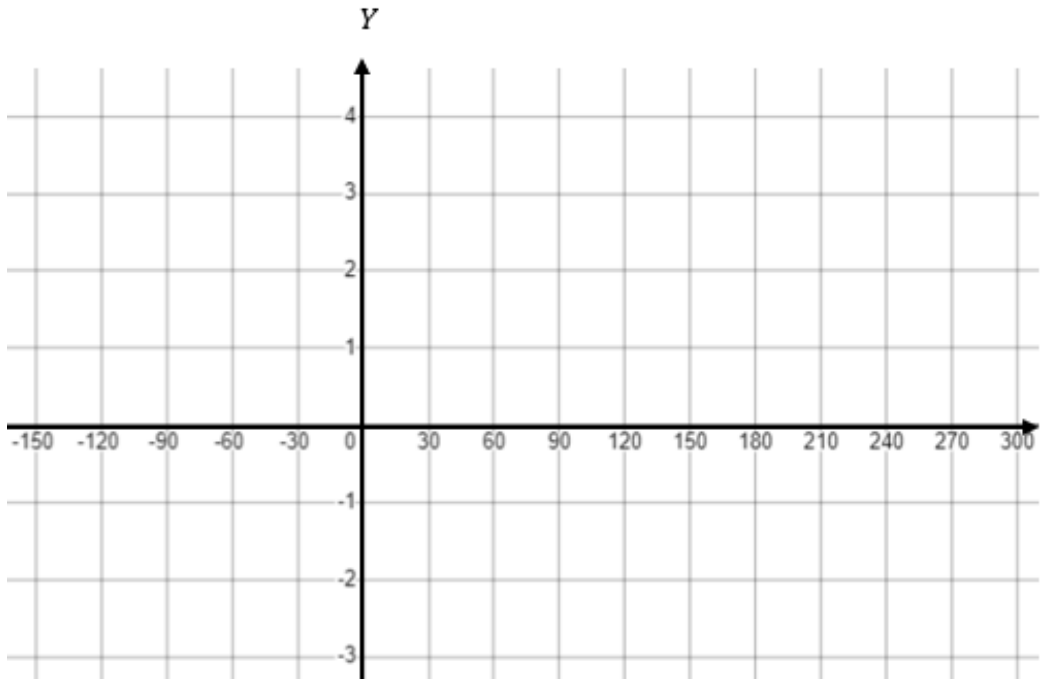




## VRAAG 6

6.1

- 6.1.1 Skets die grafiek van  $f(x) = 3 \sin x + 1$  vir  $x \in [-90^\circ; 270^\circ]$  op die gegewe assstelsel hieronder. Dui die  $y$ -afsnit en die draaipunte duidelik op jou grafiek aan. (3)



- 6.1.2 Indien  $g(x) = 1$ , gebruik jou grafieke om die waarde(s) van  $x$  te bepaal, in die interval  $x \in [-90^\circ; 270^\circ]$  waar  $g(x) = f(x)$ . (2)

---



---



---



---

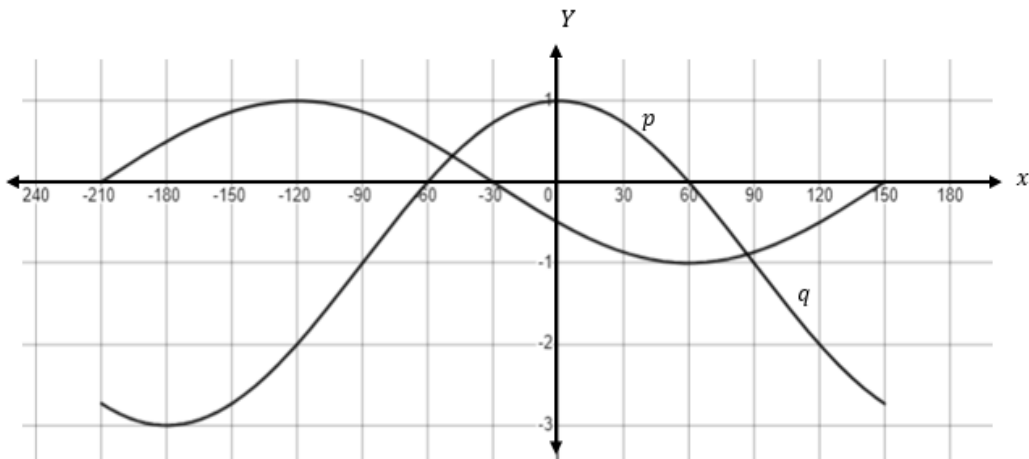
- 6.1.3 Skryf die maksimum waarde van  $g(x) - f(x)$  neer. (1)

---



---

6.2 Die funksies van  $p(x) = a \sin(x + b)$  en  $q(x) = 2 \cos x + d$  vir  $x \in [-210^\circ; 150^\circ]$  word gegee op die onderstaande diagram.



6.2.1 Skryf die amplitude van  $q$  neer. (1)

---



---

6.2.2 Skryf die waardes van  $a, b$  en  $d$  neer. (3)

---



---



---



---

6.2.3 Gebruik jou grafiek om die waarde(s) van  $x$  te bepaal indien  $q(x) - p(x) = 1$  vir  $x \in [0^\circ; 150^\circ]$ . (2)

---



---



---

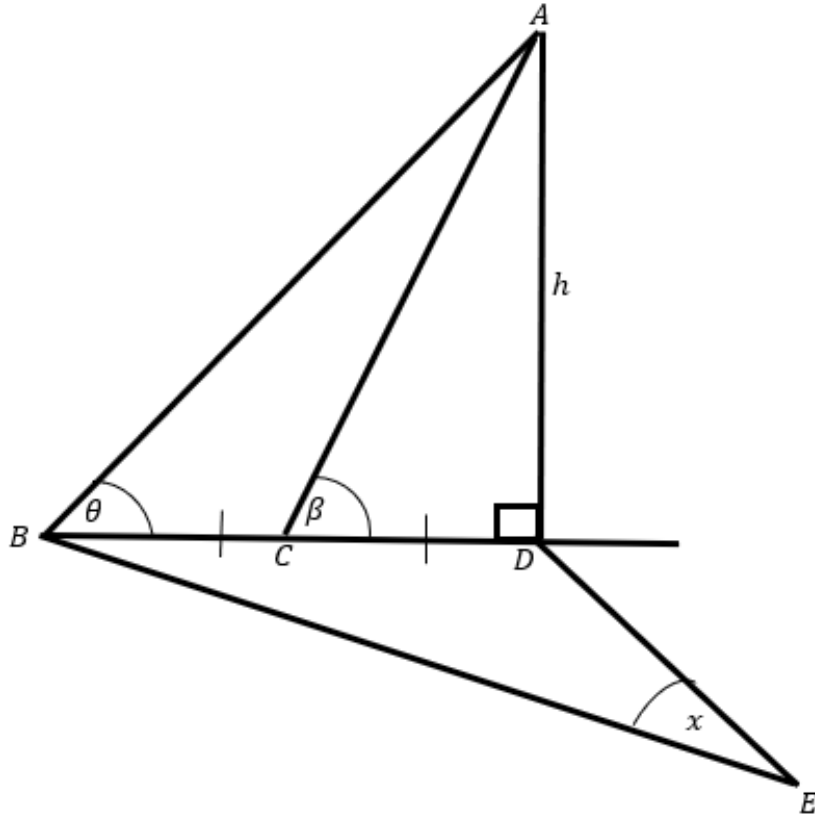


---

[12]

### VRAAG 7

'n Seltoring,  $AD$ , met hoogte  $h$ , word waargeneem deur twee toeriste wat onderskeidelik by punte  $B$  en  $C$  staan.  $BC = CD$ . 'n Derde toeris staan in dieselfde horisontale vlak as  $B$  en  $C$ , by punt  $E$ .  $B$  en  $E$  is ewe ver vanaf die voet van die toring,  $BD = DE$ .  $\widehat{DEB} = x$ . Die hoogtehoek van  $B$  na die bokant van die toring,  $A$ , is  $\theta$  en die hoogtehoek van  $C$  na  $A$  is  $\beta$ .



7.1 Skryf  $CD$  in terme van  $\beta$  en  $h$ .

(2)

---



---



---



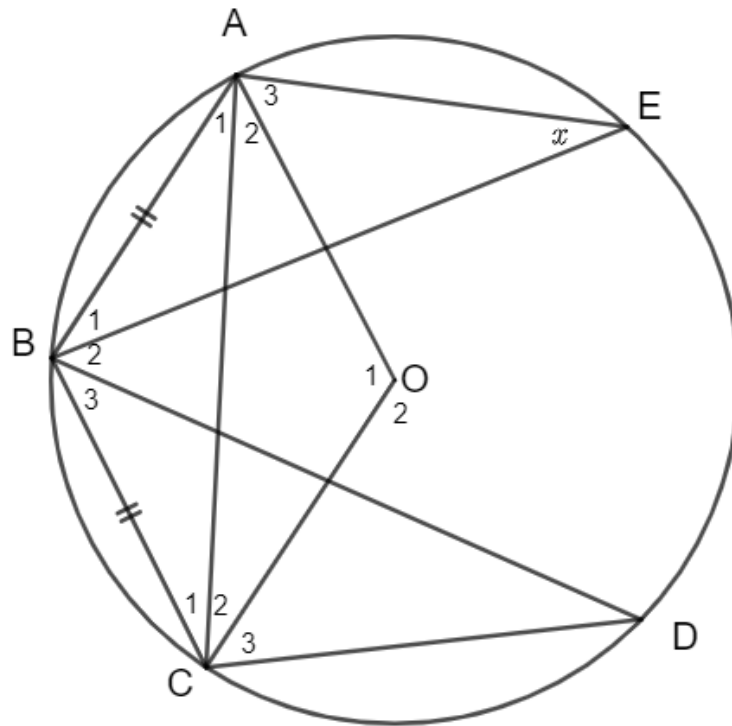
---



### VRAAG 8

In die diagram:

- O is die middelpunt van die sirkel.
- Die sirkel gaan deur A, B, C, D en E.
- $AB = BC$
- $\hat{E} = x$ .



8.1 Noem, met redes, DRIE hoeke gelyk aan  $x$ .

(6)

---



---



---



---

8.2 Indien gegee dat  $\hat{O}_1 = 96^\circ$ , bepaal, met redes, die grootte van  $\hat{A}_2$ . (3)

---

---

---

---

---

---

---

---

8.3 Bepaal, met redes, die grootte van  $\hat{A}BC$ . (2)

---

---

---

---

---

---

---

---

8.4 Vervolgens, of andersins, bepaal die waarde van  $x$ . (2)

---

---

---

---

---

---

---

---

8.5 Bepaal, met redes, of ABCO 'n koordevierhoek is. (2)

---

---

---

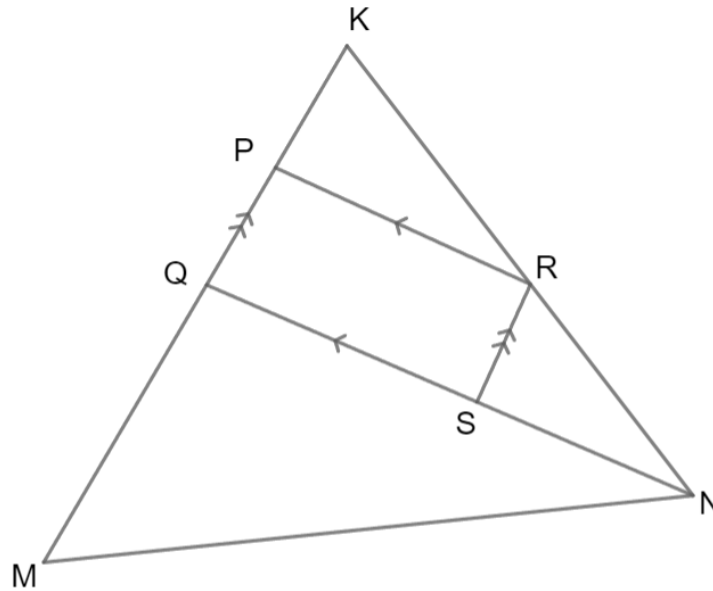
---

**[15]**



9.2 In die diagram is  $\triangle KMN$  geteken met P en Q punte op KM en R 'n punt op KN met:

- $KQ = QM$ .
- $PR \parallel QN$ .
- S is 'n punt op QN met  $KM \parallel RS$ .



9.2.1 Bewys dat  $\frac{NS}{SQ} = \frac{QP}{PK}$ . (2)

---



---



---



---

9.2.2 Vervolgens, bereken  $QP : QK$ , indien gegee dat  $\frac{SQ}{NS} = \frac{1}{2}$ . (2)

---



---



---



---

9.2.3 Bepaal die numeriese waarde van  $RS : KM$ .

(4)

---

---

---

---

---

---

---

---

---

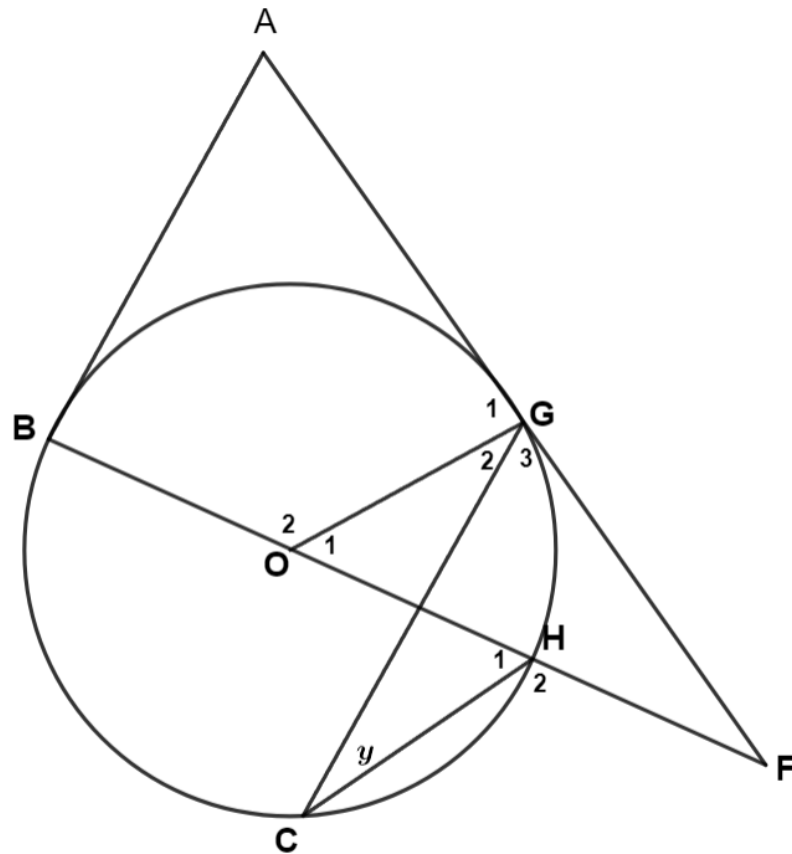
---

**[14]**

### VRAAG 10

In die diagram:

- AB en AG is raaklyne aan die sirkel met middelpunt O.
- Middellyn BH is verleng na F.
- Raaklyn AG verleng ontmoet BOF by F.
- $\widehat{GCH} = y$ .



10.1 Bewys dat ABOG 'n koordevierhoek is.

(3)

---



---



---



---

10.2 Bepaal  $\hat{A}$  in terme van  $y$ .

(2)

---

---

---

---

10.3 Bewys dat  $\triangle ABF \parallel \triangle OGF$ .

(4)

---

---

---

---

---

---

10.4 Bewys dat:  $OF = \frac{BO \cdot AF}{AG}$

(5)

---

---

---

---

---

---

---

---

[14]

**GROOTTOTAAL : [150]**







## INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; \quad r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1 + i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1 + i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \quad \text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2 \sin^2 \alpha \\ 2 \cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$