

EKSAMEN		NASIONALE SENIOR CERTIFIKAAT	
GRAAD		12	
DATUM		NOVEMBER 2025	
VAK		WISKUNDE	
VRAESTEL		2	
PUNTETOTAAL		150	
TYDSDUUR (UUR)		3	
AANTAL BLADSYE		16	



SOUTH AFRICAN COMPREHENSIVE ASSESSMENT INSTITUTE
SUID-AFRIKAANSE KOMPREENSIEWE ASSESSERINGSINSTITUUT

INSTRUKSIES EN INLIGTING

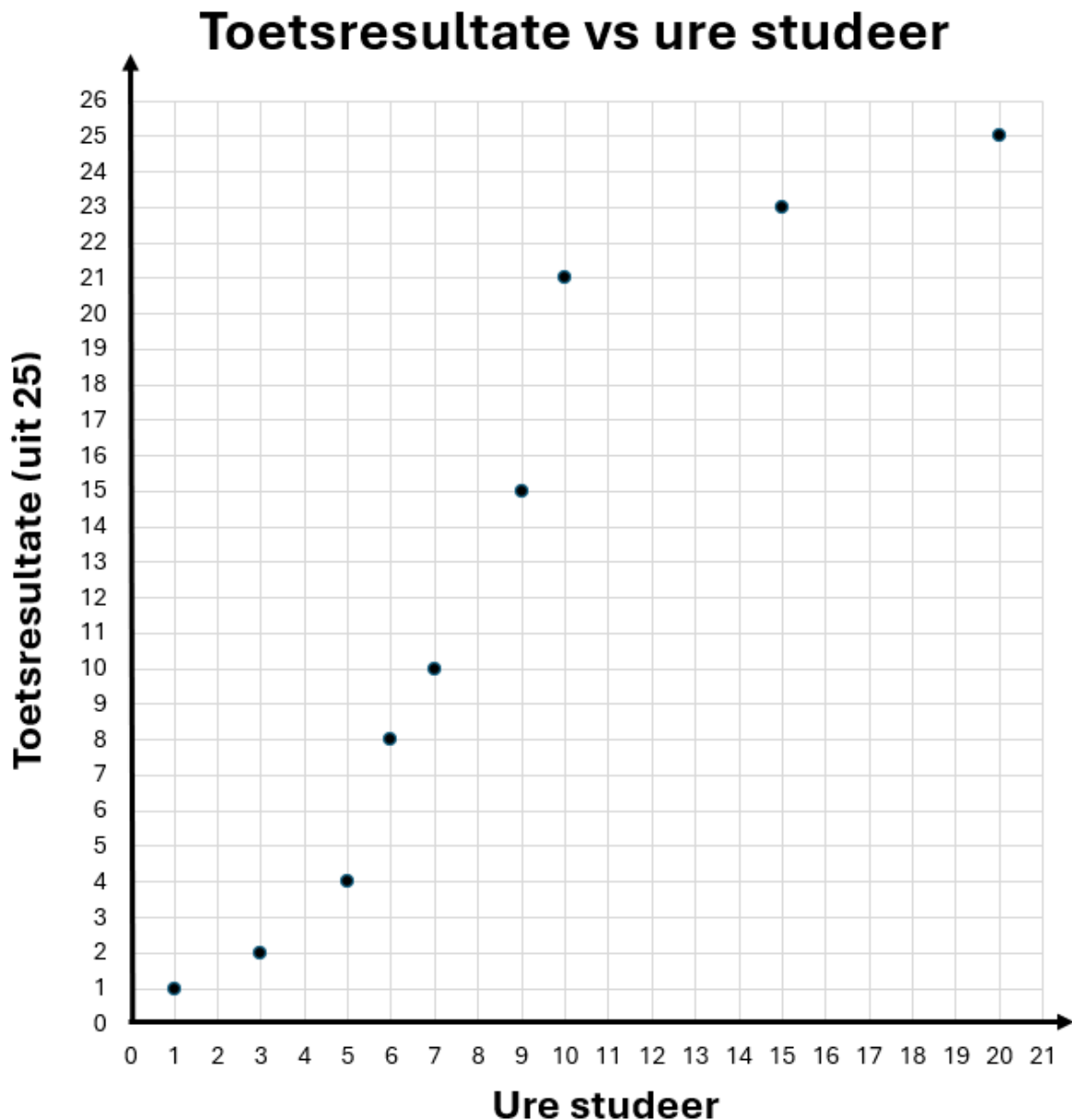
Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit **TIEN** vrae.
2. Beantwoord **AL** die vrae.
3. Gebruik die **ANTWOORDBOEK** wat voorsien is om die vrae te beantwoord.
4. Toon **ALLE** berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy gebruik het om die antwoord te bepaal duidelik aan.
5. Slegs antwoorde sal **NIE** noodwendig volpunte verdien nie.
6. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.
7. Indien nodig, rond antwoorde af tot **TWEE** desimale plekke, tensy anders vermeld.
8. Diagramme is **NIE** noodwendig volgens skaal geteken nie.
9. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
10. Skryf netjies en leesbaar, slegs in **BLOU** ink.

VRAAG 1

- 1.1 Die volgende spreidiagram toon die ure gestudeer (x) vir 'n Wiskunde toets en die ooreenstemmende toetspunte (y) verkry, uit 25, vir nege graad 12 leerders. Die data vir die spreidingsdiagram word uit die volgende tabel verkry:

Ure studeer (x)	1	3	5	6	7	9	10	15	20
Toetsresultate (/25) (y)	1	2	4	8	10	15	21	23	25



- 1.1.1 Bereken die gemiddelde van die toetspunte. (1)
- 1.1.2 Bepaal die vergelyking van die kleinste kwadraatregressielyn van die data. (2)

- 1.1.3 Teken die kleinste kwadraatregressielyn op die spreidiagram voorsien in VRAAG 1.1, in die antwoordblad. (2)
- 1.1.4 Voorspel die toetspunt vir 'n student wat 14,5 uur per week studeer. (2)
- 1.1.5 Bepaal die korrelasiekoëffisiënt van die data en lewer kommentaar oor die korrelasie. (2)
- 1.1.6 **Bereken** of daar enige uitskieters in die toetspunte is. (4)
- 1.1.7 Verduidelik enige potensiële risiko's of onakkuraathede in die ekstrapolering van die data buite die gegewe omvang. (2)
- 1.2 Die lengtes van 10 leerders in graad 11 word volgens die onderstaande tabel aangeteken:

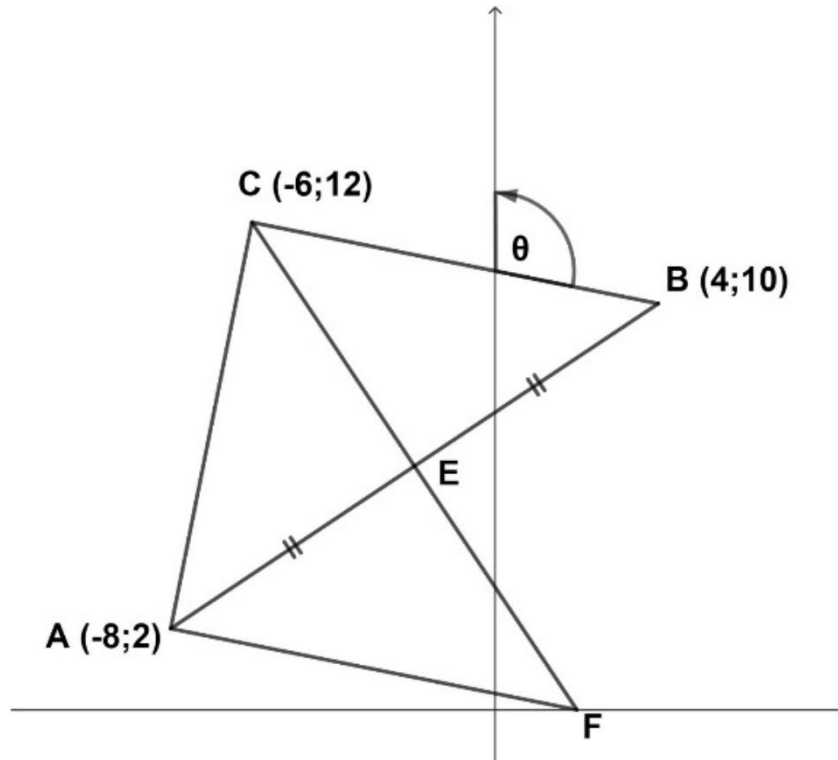
Lengte van studente (cm)	150	155	160	165	168	170	172	175	180	185
--------------------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- 1.2.1 Teken 'n mond-en-snordigram van die data. (4)
- 1.2.2 Lewer kommentaar oor die skeefheid van die data. (1)

[20]

VRAAG 2

In die diagram word $A(-8;2)$, $B(4;10)$ en $C(-6;12)$ gegee. E is die middelpunt van AB . F is die x -afsnit van lyn CE verleng. AF is getrek. Die hoek tussen BC en die y -as is gelyk aan θ .

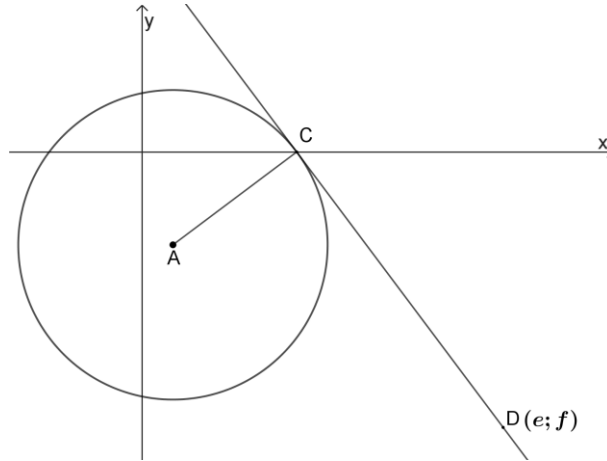


- 2.1 Bepaal die koördinate van E , die middelpunt van AB . (2)
- 2.2 Toon aan dat $CE \perp AB$. (3)
- 2.3 Bepaal die vergelyking van CE . (2)
- 2.4 Bepaal die koördinate van F . (1)
- 2.5 Toon dat $BE = EF$. (3)
- 2.6 D is 'n punt in die eerste kwadrant sodat $BDFE$ 'n vierkant is. Bepaal die koördinate van D . (3)
- 2.7 Bepaal die waarde van θ . (5)

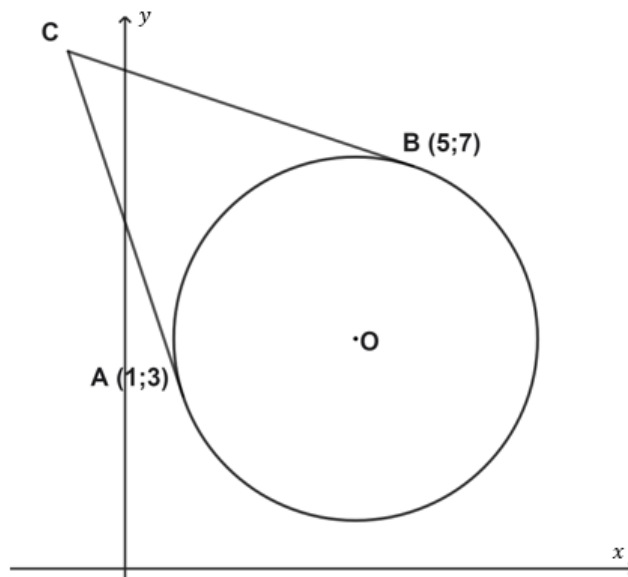
[19]

VRAAG 3

- 3.1 Die onderstaande diagram toon 'n sirkel met middelpunt A en vergelyking $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 25$. C is 'n x -afsnit van die sirkel. 'n Raaklyn aan die sirkel by C, CD, word geteken met D(e ; f).



- 3.1.1 Skryf die koördinate van A en die lengte van AC, die radius van die sirkel A, neer. (2)
- 3.1.2 Bepaal die vergelyking van die raaklyn CD. (4)
- 3.1.3 Die lengte van CD is $\frac{25}{3}$ eenhede. Bereken die waardes van e en f . (6)
- 3.2 'n Sirkel, met vergelyking $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 10$, gaan deur die punte A(1; 3) en B(5; 7). Raaklyn CA en raaklyn CB word vanaf punt C getrek soos in die diagram getoon.



- 'n Ander sirkel (nie getoon nie) word getrek met middelpunt by punt C en radius $\sqrt{10}$. Bepaal of die twee sirkels sal sny, of nie. Motiveer jou antwoord. (9)

[21]

VRAAG 4

4.1 Indien $\sin 21^\circ \cdot \cos 21^\circ = p$, bepaal, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, die volgende in terme van p .

4.1.1 $\sin 42^\circ$ (2)

4.1.2 $2 \sin^2 21^\circ - 1$ (4)

4.2 **Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, vereenvoudig die volgende uitdrukking:

$$\frac{\sin 290^\circ}{\tan 215^\circ \cdot \cos (-35^\circ) \cdot \sin 55^\circ} \quad (6)$$

[12]

VRAAG 5

5.1 Bewys die volgende identiteit:

$$\frac{\cos^3 x - \sin^3 x}{\cos x - \sin x} = 1 + \sin x \cos x \quad (3)$$

5.2 Bepaal gevolglik die algemene oplossing van x , indien:

$$\frac{\cos^3 x - \sin^3 x}{\cos x - \sin x} = \frac{1}{2} \quad (4)$$

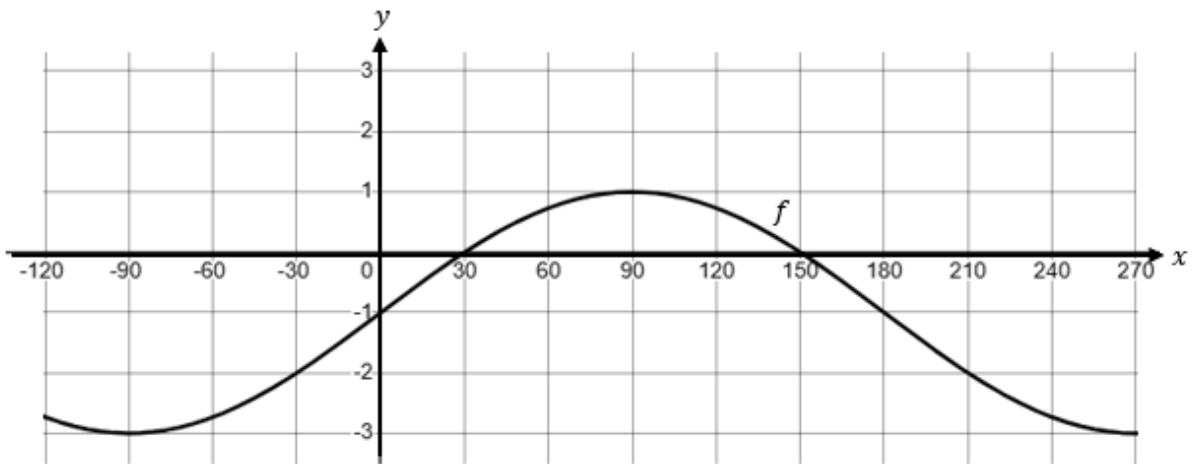
5.3 Vereenvoudig volledig:

$$2 \cos 4x \cos 2x - \cos 6x + 2 \sin^2 x \quad (4)$$

[11]

VRAAG 6

Die onderstaande diagram toon die grafiek van $f(x) = a \sin x - b$ vir $x \in [-120^\circ; 270^\circ]$.

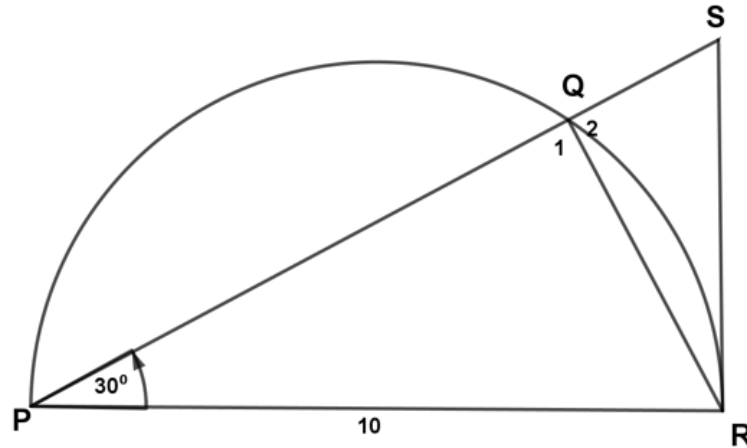


- 6.1 Gee die waardes van a en b . (2)
- 6.2 Skets die grafiek van $g(x) = \cos 2x$ **op dieselfde assestelsel in VRAAG 6 op jou antwoordblad**. Dui die afsnitte met die asse en die draaipunt(e) duidelik op jou grafiek aan. (4)
- 6.3 Gebruik jou grafiek en bepaal die waarde(s) van x waarvoor:
 $f(x) - g(x) = 2$ (1)
- 6.4 Skryf die periode van $f(3x)$ neer. (1)
- 6.5 Skryf die waardeversameling van k neer, indien $k(x) = \frac{1}{2}g(x) + 1$. (2)

[10]

VRAAG 7

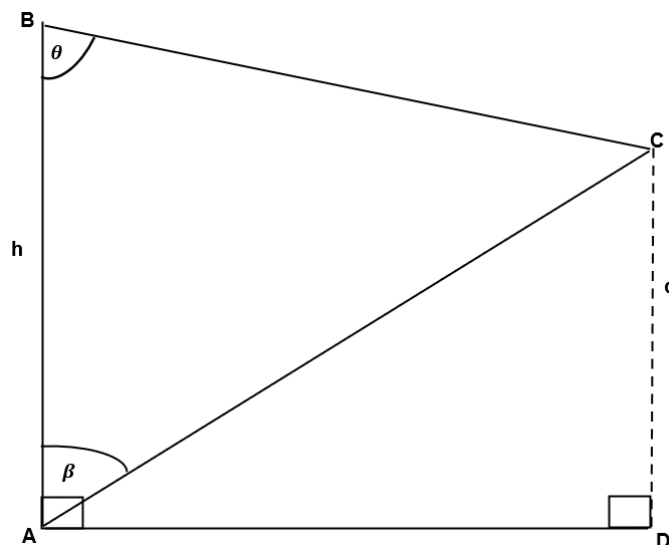
- 7.1 In die onderstaande diagram lê punte P, Q en R op die omtrek van die semisirkel met middellyn van 10 eenhede. SR is 'n raaklyn aan die semisirkel by R. PQ is verleng na S. QR is getrek. $\widehat{SPR} = 30^\circ$.



Bepaal, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, die lengte van QS. Los jou antwoord in wortelvorm. (7)

- 7.2 'n Ingenieur bou 'n driehoekige ondersteuningstruktuur vir 'n gebou, bestaande uit drie staal balke soos in die diagram getoon.

- Punt A is op die grond geleë, met B direk bokant A op 'n vertikale hoogte van h meter geplaas.
- 'n Tweede balk strek van A na C, waar C op 'n hoogte van q meter bokant die grond by punt D is.
- Die hoek tussen balke AB en AC is β en tussen AB en BC is θ .

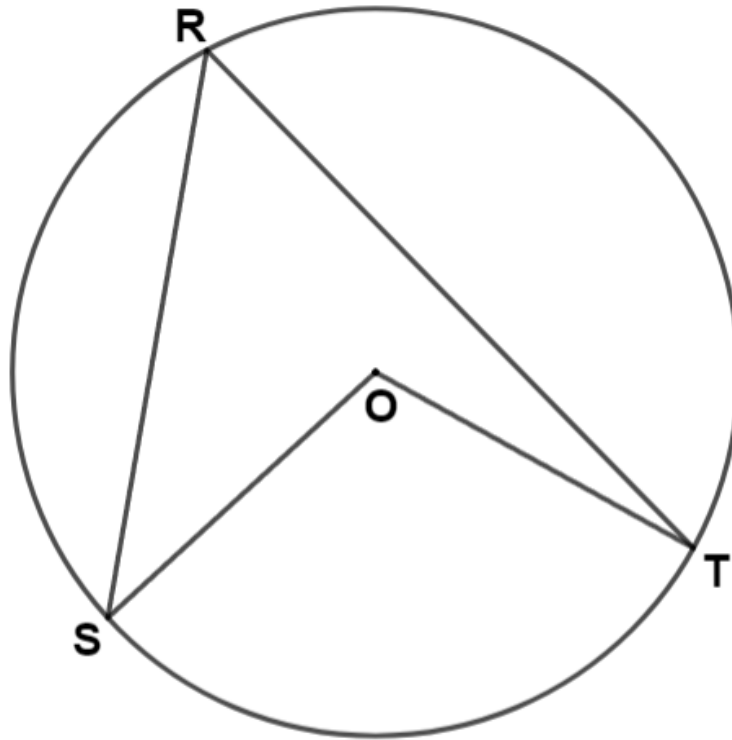


Toon aan dat $h = q \left(1 + \frac{\tan \beta}{\tan \theta} \right)$ (8)

[15]

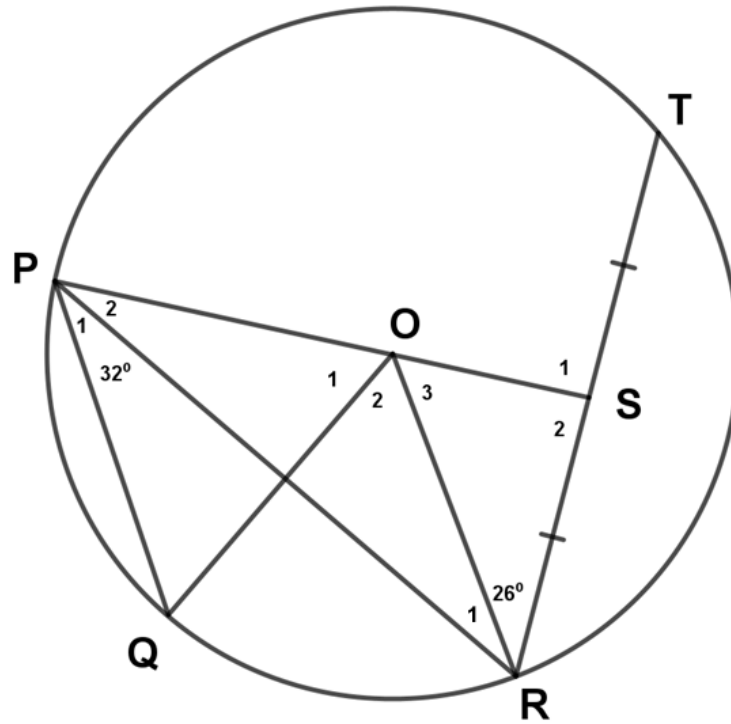
VRAAG 8

- 8.1 Gebruik die onderstaande diagram om die stelling te bewys wat beweer dat as 'n boog 'n hoek by die middelpunt van 'n sirkel en by die omtrek onderspan, dan is die middelpuntshoek twee keer die grootte van die omtrekshoek. (5)



8.2 In die onderstaande diagram, is:

- O die middelpunt van die sirkel.
- P, Q, R en T is punte op die omtrek van die sirkel.
- POS halveer koord RT.
- $\widehat{SRO} = 26^\circ$.
- $\widehat{RPQ} = 32^\circ$.



Bepaal, met redes, die grootte van:

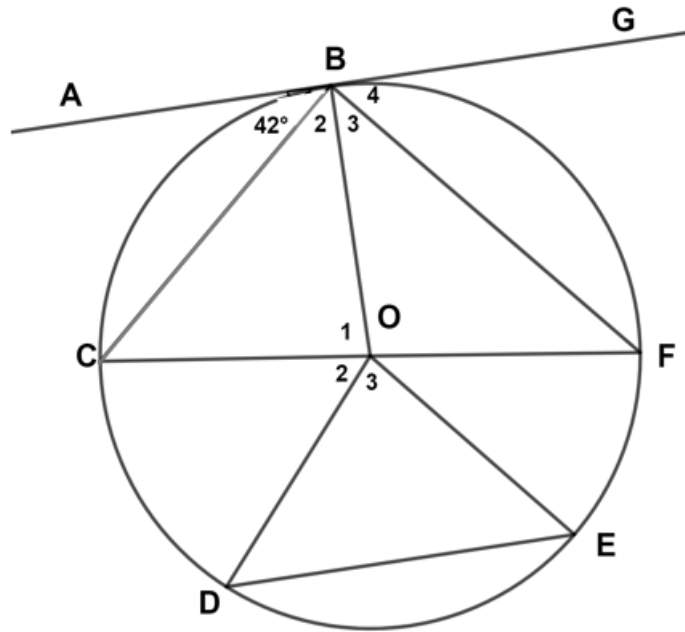
8.2.1 \widehat{O}_2 (2)

8.2.2 \widehat{O}_1 (3)

8.2.3 \widehat{P}_2 (3)

8.3 In die onderstaande diagram, is:

- B, C, D, E en F punte op die omtrek van die sirkel met middelpunt O.
- ABG is 'n raaklyn aan die sirkel by punt B.
- $\widehat{ABC} = 42^\circ$.



8.3.1 Bereken, met redes, die grootte van \widehat{O}_1 . (4)

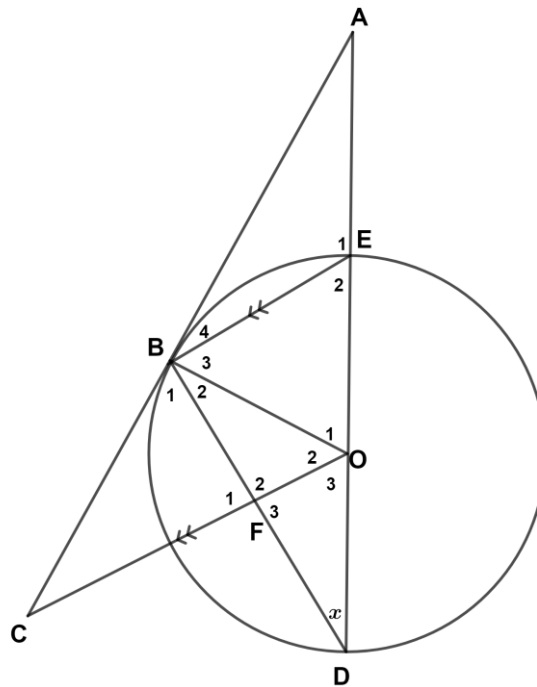
8.3.2 Indien $BC = DE$, bereken, met redes, die grootte van \widehat{O}_3 . (2)

[19]

VRAAG 9

In die diagram, is:

- ED die middellyn van die sirkel met middelpunt O.
- AC 'n raaklyn aan die sirkel by B.
- DE verleng na A.
- CO sny BD by F.
- $BE \parallel CO$.
- $\hat{D} = x$.



9.1 Bepaal, met redes, drie hoeke gelyk aan x . (3)

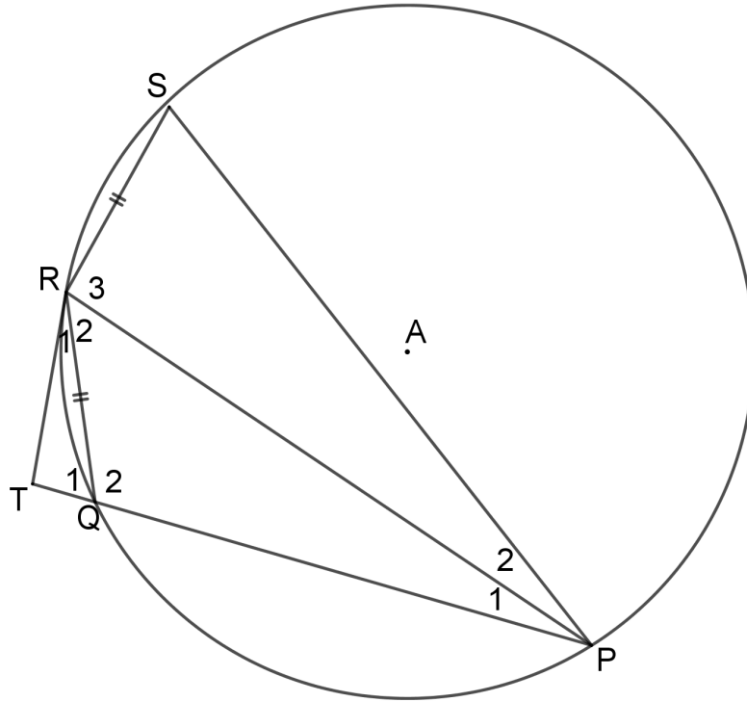
9.2 Bewys, met redes, dat $BF = FD$. (3)

9.3 Bewys, met redes, dat $2 DF \cdot AB = AD \cdot BE$. (5)

[11]

VRAAG 10

In die onderstaande diagram is sirkel PQRS met middelpunt A geteken. $QR = RS$. TR is 'n raaklyn aan die sirkel by R. Koorde PQ, PR, PS, QR en RS is geteken. PQT is 'n reguitlyn.



10.1 Bewys dat $\frac{QR}{SP} = \frac{RT}{PR}$ (5)

10.2 Bewys dat $\frac{PT}{PS} = \frac{RT^2}{QR^2}$ (7)

[12]

GROOTTOTAAL: [150]



INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni) \quad A = P(1 - ni) \quad A = P(1 + ni)^n \quad A = P(1 + ni)^n$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{r - 1}; -1 < x < 1$$

$$F = \frac{x[(1 + i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1 + i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

In ΔABC :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\text{Area } \Delta ABC = \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$