EKSAMEN	NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT
GRAAD	12
DATUM	NOVEMBER 2024
VAK	WISKUNDE
VRAESTEL	1
PUNTE TOTAAL	150
TYDSDUUR (UUR)	3
AANTAL BLADSYE	10

SACAI

SOUTH AFRICAN COMPREHENSIVE ASSESSMENT INSTITUTE

SUID-AFRIKAANSE KOMPREHENSIEWE ASSESSERINGSINSTITUUT

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies deeglik voordat die vraestel beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 9 vrae. Beantwoord al die vrae.
2. Toon **ALLE** noodsaaklike berekeninge, diagramme, grafieke ens. duidelik aan by elke vraag.
3. Die korrekte antwoord op sigself sal nie noodwendig tot volpunte lei nie.
4. Nie-programmeerbare sakrekenaars mag gebruik word, tensy anders vermeld by ŉ spesifieke vraag.
5. Tensy anders gespesifiseer, moet alle antwoorde, waar van toepassing, korrek tot **TWEE** desimale syfers afgerond word.
6. Die diagramme in die vraestel is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
7. ŉ Formule blad met formules is ingesluit aan die einde van die vraestel.
8. Skryf netjies en leesbaar in BLOU ink.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x:

1.1.1 $x^2 - 8x = 0$ (2)

1.1.2 $3x^2 + 2 = 9x$

(Gee die antwoorde korrek tot twee desimale syfers.) (4)

1.1.3 $2x^2 - 3x - 5 \leq 0$ (3)

1.2 Los die volgende gelyktydige vergelykings op:

$$x - 2y - 3 = 0 \quad \text{en} \quad 4x^2 + 6y = 5xy + 3$$ (7)

1.3 Bepaal die waarde(s) van x as

$$\sqrt{3x+1} - \frac{4}{\sqrt{3x+1}} - 3 = 0$$ (5)

1.4 Los op vir x: $5^{x+1} - 5^{x-1} = 120\sqrt{5}$ (3)

1.5 Vir watter waarde(s) van k sal die vergelyking $3x^2 - 5x + k = 0$ altyd reële wortels hê? (4)

[28]

VRAAG 2

2.1 Beskou die volgende rekenkundige ry 8; 15; 22;….

2.1.1 Bepaal die 34ste term. (3)

2.1.2 Bepaal die som van die eerste 40 terme. (3)

2.2 Bereken die waarde van

$$\sum_{k=1}^{8} \frac{(2)^{k+1}}{3^k}$$

korrek tot twee desimale syfers. (5)

2.3 ’n Bal word verskeie kere, op gelyk grond, in ’n reguit lyn gerol in ’n poging om ’n gat wat 13m daarvan is te bereik. Die eerste rol dek ’n afstand van 5m. Die tweede rol begin waar die eerste poging geëindig het en bereik ’n afstand van 60% van die afstand bereik met die eerste rol. Die derde rol begin waar dit na die tweede rol geëindig het en bereik ’n afstand van 60% van die vorige rol. Indien hierdie proses oneindig kere herhaal word met dieselfde uitkoms, bereken of die bal die gat sal bereik. (4)

[15]

VRAAG 3

Gegee die volgende kwadratiese ry: $1;\ k;\ 3k+1;\ 8k; \ldots$

3.1 Bepaal die waarde van k. (4)

3.2 Bepaal die algemene term van die ry. (4)

[8]

VRAAG 4

4.1 Lizzy het 'n kar gekoop vir R200 000. Die voertuig depresieer teen 15% p.j. op verminderde saldo metode. Die huidige waarde van die kar is R105 400. Bereken vir hoeveel jaar sy die kar besit het. (4)

4.2 Mashati koop 'n huis. Hy kry 'n lening van R2 000 000 teen 'n rentekoers van 11% p.j. maandeliks saamgestel. Hy moet die lening in 20 jaar afbetaal met gelyke maandelikse paaiemente. Die eerste paaiement is een maand nadat die lening goedgekeur is.

4.2.1 Bereken Mashati se maandelikse paaiement. (3)

4.2.2 Mashati kan nie die 90^{ste} en 91^{ste} paaiemente betaal nie. Bereken sy uitstaande balans na 91 maande, twee maande na sy 89^{ste} paaiement. (5)

4.2.3 Mashati betaal vanaf die 92^{ste} maand R21 000 per maand aan die bank. Bereken hoeveel paaiemente benodig sal wees om die lening af te los. (3)

[15]

VRAAG 5

Gegee $f(x) = x^2 - 4x - 5$ en $g(x) = \frac{x+3}{x-1}$.

5.1 Skryf $g(x)$ in die vorm $g(x) = \frac{a}{x-p} + q$. (3)

5.2 As $g(x) = \frac{4}{x-1} + 1$, bepaal die afsnitte met die asse van f en g. (4)

5.3 Skets die grafieke van f en g op dieselfde assestelsel. Toon duidelik die afsnitte met die asse, die draaipunte en die asimptote. (4)

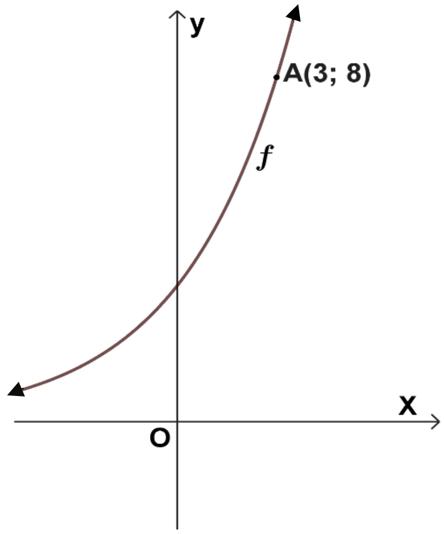
5.4 B is a punt op f waar f en die vertikale asimptoot van g mekaar sny. Bepaal die koördinate van B. (2)

5.5 'n Raaklyn word aan f getrek. Die gradiënt van hierdie raaklyn is -2. Toon aan dat die punt op die grafiek van f waar die raaklyn dit raak, die punt B is. (4)

[17]

VRAAG 6

6.1 Die skets hieronder toon die grafiek van $f(x) = a^x$.

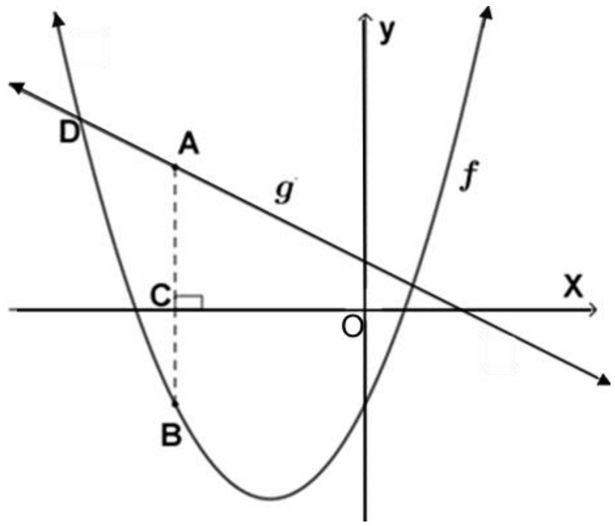


6.1.1 A(3; 8) is 'n punt op f. Bepaal die waarde van a. (3)

6.1.2 Gee die vergelyking van die nuwe grafiek, $h(x)$, as h die grafiek van f wat 1 eenheid regs en 3 eenhede af getransleer is. (2)

6.1.3 Gee die vergelyking van die refleksie van f om die lyn $y = x$. (3)

6.2 Die skets hieronder toon die grafieke van $f(x) = 2x^2 + 4x - 2$ en $g(x) = -x + 1$.



6.2.1 D is 'n snypunt van f en g. Bepaal slegs die x-waarde van D. (4)

6.2.2 Die punt A lê op g en punt B lê op f. AB sny die x-as by C. ACB is loodreg op die x-as. As AB = 5 eenhede is, bereken die lengte van OC. (6)

[18]

VRAAG 7

7.1 As $f(x) = -5x^2$, bepaal die afgeleide $f'(x)$ vanaf grondbeginsels. (5)

7.2 Bepaal die volgende afgeleide:

$$\frac{d}{dx}\left(8 - \frac{4}{x^2} + \sqrt[5]{x^4}\right)$$ (4)

7.3 Die volgende vergelyking word gegee:

$$f(x) = 4x^3 - 20x^2 + 25x$$

7.3.1 Bereken die afsnitte van f met die asse. (2)

7.3.2 Bepaal die koördinate van die draaipunte van f. (4)

7.3.3 Skets die grafiek van f. Toon die afsnitte met die asse en die draaipunte duidelik aan. (3)

7.3.4 Bepaal die x-waarde van die punt van infleksie (buigpunt). (2)

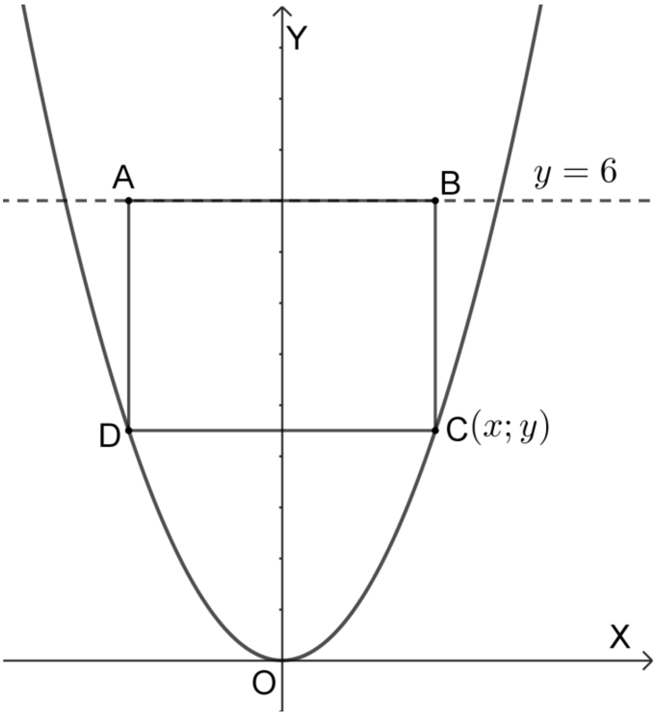
7.3.5 Vir watter waardes van x is die grafiek konkaaf op? (2)

7.3.6 Die grafiek $g(x) = f(x) + k$ het 3 verskillende x-afsnitte. Gee die waardes van k. (3)

[25]

VRAAG 8

Die skets hieronder toon die grafiek van $y = x^2$ met 'n reghoek ABCD daar binne getrek.
Die sy AB van die reghoek lê op die lyn $y = 6$.
C$(x; y)$ en D lê op die grafiek van $y = x^2$.



8.1 Skryf die lengte van DC en BC in terme van x neer. (3)

8.2 Toon aan dat die oppervlakte van die reghoek gegee kan word as $A(x) = 12x - 2x^3$. (4)

8.3 Bepaal vervolgens die maksimum oppervlakte van die reghoek. (4)

[11]

VRAAG 9

9.1 In ’n bestekopname van 1500 bergklimmers, is hulle gevra of hulle al verder as 2m geval het. Die uitslae van die bestekopname is soos volg:

	Het verder as 2 m geval	**Het nog nooit verder as 2 m geval nie**	**Totaal**
Manlik	424	b	780
Vroulik	a	c	720
	872	628	1500

9.1.1 Bereken die waardes van a, b en c. (3)

9.1.2 Bereken die waarskynlikheid dat ’n willekeurig gekose persoon, wat verder as 2 m geval het, vroulik sal wees. (2)

9.1.3 Laat gebeurtenis A = “vroulik” en gebeurtenis B = “ ’n bergklimmer het verder as 2 m” geval. Is A en B onafhanklike gebeurtenisse? Motiveer jou antwoord met berekeninge. (4)

9.2 Agt persone, wat uit vier pare bestaan, word willekeurig om ’n tafel geplaas. Bereken die waarskynlikheid dat al die pare langs mekaar sal sit. Gee die antwoord as ’n breuk. (4)

[13]

GROOTTOTAAL: [150]

EINDE VAN DIE VRAESTEL

INLIGTINGBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad$ $A = P(1-ni)$ $\quad$ $A = P(1-i)^n$ $\quad$ $A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad$ $S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad$ $S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1}$; $\quad r \neq 1$ $\quad$ $S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad$ $P = \frac{x\left[1 - (1+i)^{-n}\right]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad$ $\mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad$ $m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$In\ \Delta ABC$: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\quad$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$ $\quad$ $area\ \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad$ $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\quad$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad$ $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad$ $b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$