EKSAMEN	NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT
GRAAD	12
DATUM	JUNIE 2024
VAK	WISKUNDE
VRAESTEL	1
PUNTE TOTAAL	150
TYD (UUR)	3
AANTAL BLADSYE	12

SACAI

SOUTH AFRICAN COMPREHENSIVE ASSESSMENT INSTITUTE

SUID-AFRIKAANSE KOMPREHENSIEWE ASSESSERINGSINSTITUUT

INSTRUKSIES

Lees die volgende instruksies deeglik voordat die vraestel beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 9 vrae. Beantwoord al die vrae.
2. Toon **ALLE** noodsaaklike berekeninge duidelik aan by elke vraag
3. Die korrekte antwoord op sigself sal nie noodwendig tot volpunte lei nie.
4. Nie-programmeerbare sakrekenaars mag gebruik word, tensy anders vermeld by ŉ spesifieke vraag.
5. Tensy anders gespesifiseer, moet alle antwoorde, waar van toepassing, korrek tot twee desimale syfers afgerond word.
6. Die diagramme in die vraestel is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
7. ŉ Formule blad met formules is ingesluit aan die einde van die vraestel.
8. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1

1.1.1 Los op vir x: $x^2 - 3x - 10 = 0$ (2)

1.1.2 Los VERVOLGENS op vir $p - 3\sqrt{p} - 10 = 0$ as $p \in \mathbb{R}$. (3)

1.2 Los die volgende op:

1.2.1 $2x^2 - 3x - 8 = 0$
(Gee die antwoord korrek tot twee desimale syfers) (3)

1.2.2 $80 - x^2 < 2x$ (3)

1.3 Los gelyktydig op vir $x \text{ en } y$:

$$2x + y = 5$$
$$4x^2 - 2y^2 = 46$$ (6)

1.4 Bereken die waarde van $\sqrt{\frac{5^{1005}+5^{1007}}{26(5^{1003})}}$ (4)

1.5 In 'n kwadratiese vergelyking, $ax^2 + bx + c = 0$, is die waardes van a, b en c reëel en negatief.

Dit word gegee dat a, b en c, in hierdie volgorde, 'n meetkundige ry vorm. (4)

Toon aan dat die gegewe vergelyking geen reële wortels het nie.

[25]

VRAAG 2

2.1 Indien $x + 2;\ 4x;\ 6x + 4$ 'n rekenkundige ry vorm, bepaal die ry. (3)

2.2 Gegee

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{5}{3}(3)^{k-1} = \frac{1820}{3}$$

Bepaal die waarde van n. (6)

2.3 Die meetkundige reeks hier onder konvergeer:

$$1 + \frac{2x-5}{2} + \left(\frac{2x-5}{2}\right)^2 + \cdots$$

2.3.1 Bepaal die moontlike waarde(s) van x. (3)

2.3.2 Indien die som van die oneindige reeks gelyk is aan $\frac{4}{9}$, bepaal die waarde van x. (4)

[16]

VRAAG 3

3.1 Die algemene term in ’n ry met ’n konstante tweede verskil word gegee as $T_n = dn^2 + kn + p$.

Bewys dat die tweede verskil van die ry gelyk is aan $2d$. (4)

3.2 Gegee die ry

$$3; 9; 27; ...$$

Louise sê dat die vierde term van die ry **81** is. Thabo verskil van haar en sê dat die vierde term **57** is.

3.2.1 Verduidelik waarom beide Louise en Thabo reg kan wees.. (2)

3.2.2 Bepaal die 10’de term van Thabo se ry. (4)

[10]

VRAAG 4

4.1 ʼn Fabriek het masjiene wat R940 000 kos. Hulle besluit om dit oor 7 jaar te vervang. Die waardevermindering koers word bereken op d% p.j. op verminderde balans. Inflasie op die masjiene is 12% p.j. Hulle besluit om die ou masjiene in te ruil op die nuwes.

4.1.1 Bereken die waarde van d indien hulle R1 843 712,18 sal benodig om die nuwe masjiene te koop. (5)

4.1.2 Hulle besluit om ʼn delgingsfonds te stig vir die aankoop. Hulle kom met die bank ooreen en besluit om ʼn vaste bedrag maandeliks in die fonds te betaal. Die bank sal vir hulle ʼn rentekoers van 9% p.j. maandeliks saamgestel gee. Hulle sal oor een maand begin betaal en die laaste betaling sal aan die einde van die 7 jaar wees. Bereken hul maandelikse paaiement. (2)

4.2 Loyiso koop rekenaar toerusting van R22 000. Hy moet die geld maandeliks terug betaal met gelyke paaiemente. Die uitleenkoers is 15% p.j. maandeliks saamgesteld. Sy eerste paaiement sal na twee maande wees., maar hy moet die lening afbetaal 4 jaar nadat dit toegestaan is.

4.2.1 Bereken hoeveel hy in totaal vir die rekenaar toerusting sou betaal het na 4 jaar. (4)

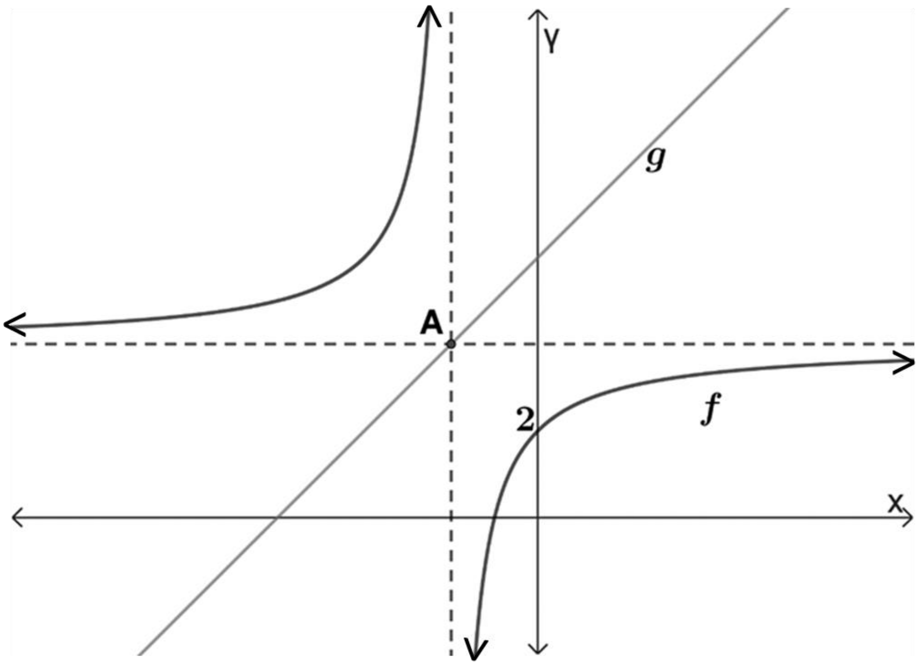
4.2.2 Presies 2 jaar na die transaksie, wen Loyiso R12000 met ʼn kompetisie. Sal hy sy skuld hiermee kan delg? Toon al jou berekeninge. (5)

[16]

VRAAG 5

5.1 Die skets hier onder toon die grafieke van $f(x) = \frac{a}{x+p} + q$ en $g(x) = x + c$.

- Die grafiek van f sny die die y-as by $(0{,}2)$.
- Die asimptote van f sny by $A(-2; 4)$.
- Die grafiek van $g(x)$ stel die simmetrie-as van f voor.



5.1.1 Bepaal die waardes van a, p en q. (4)

5.1.2 Bepaal die vergelykings van die simmetrie-as. (2)

5.2 Gegee $f(x) = (\frac{3}{2})^x$.

5.2.1 Gee die vergelyking van $g(x)$ as g die reflekse van f in die y-as is. (1)

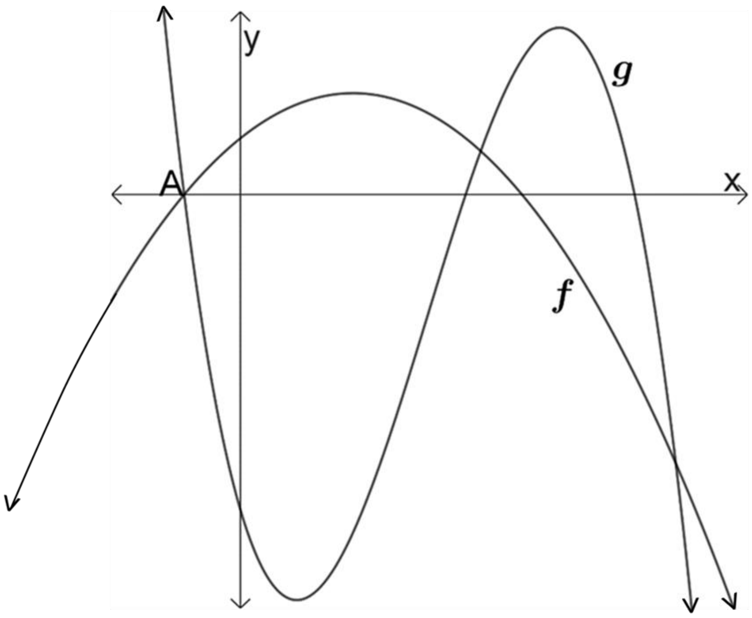
5.2.2 Gee die vergelyking van die inverse van f in die vorm $f^{-1}(x) = \cdots$ (2)

5.2.3 Teken grafieke van f, g en f^{-1} op dieselfde assestelsel. Toon duidelik die name van die grafieke asook die afsnitte met die asse aan. (3)

[12]

VRAAG 6

Die skets hier onder toon die grafieke van $f(x) = -x^2 + 4x + 5$ en $g(x) = -x^3 + 10x^2 - 17x - 28$. Die grafieke sny mekaar by A, wat op die x-as lê, en by twee ander punte..



6.1 Herskryf die vergelyking van f in die vorm $f(x) = a(x+p)^2 + q$ (3)

6.2 Skryf die draaipunt van f neer. (2)

6.3 Bereken die x- afsnitte van beide grafieke. (7)

6.4 Bereken die x-waardes van die draaipunte van g. (3)

6.5 Gee die vergelyking van $h(x)$ as h die grafiek is wat gevorm word wanneer f twee(2) eenhede regs en vier(4) eenhede op transleer. (2)

6.6 Gebruik die grafiek en bepaal vir watter waardes van x sal $f(x).g(x) > 0$ (3)

6.7 Skryf 'n enkele waarde van x neer waarvoor dit waar is dat

$$g''(x) < g'(x) < g(x)$$

Motiveer jou antwoord. (3)

[23]

VRAAG 7

7.1 Indien $f(x) = 3x^2 + 1$, bepaal $f'(x)$ vanaf grond beginsels. (5)

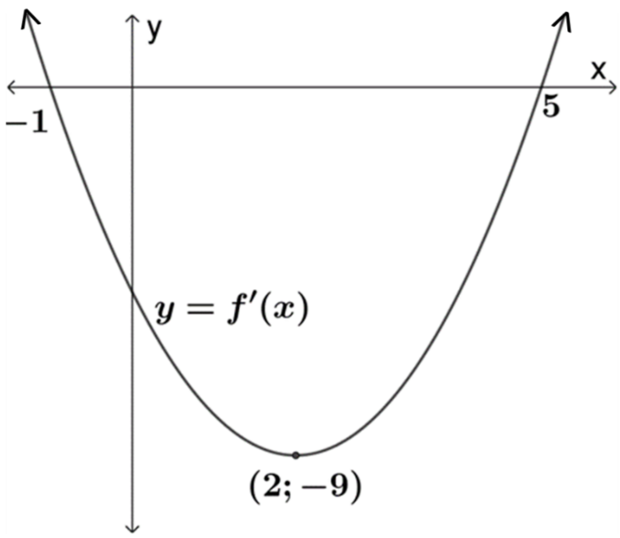
7.2 Differensieer die volgende::

7.2.1 Bepaal $f'(x)$ if $f(x) = 2x - \sqrt{x}$ (3)

7.2.2 Bepaal $D_x\left[\frac{x^2-3x+2}{x-1}\right]$ (3)

7.3 Gegee $f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x - 1$. Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan f by die punt $(2;\ -9)$. (5)

7.4 Die grafiek hier onder toon die funksie van $\boldsymbol{f'(x)}$**,** die AFGELEIDE van $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 4$.



7.4.1 Skryf die x-waarde waar f ŉ maksimum waarde sal hê neer. Gee redes vir jou antwoord.. (3)

7.4.2 Skryf die x-waarde waar f ŉ punt van infleksie sal hê. Gee ŉ rede vir jou antwoord. (2)

7.4.3 Bepaal die vergelyking van $y = f'(x)$. (3)

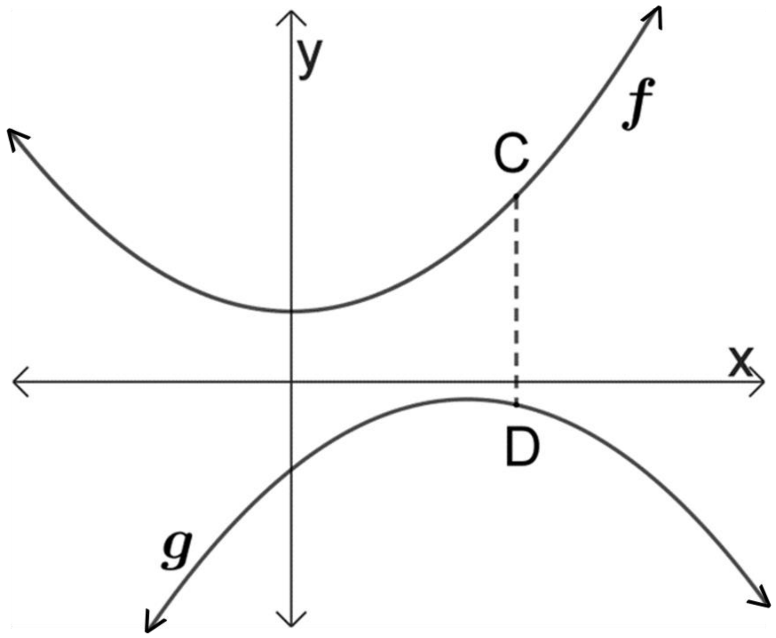
7.4.4 Skryf die afgeleide van $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 4$ neer en bepaal vervolgens die waardes van a, b en c. (4)

[28]

VRAAG 8

Die skets hier onder toon die grafieke van $f(x) = x^2 + 4$ en $g(x) = -x^2 + ax - 5$. Die punt C lê op f en die punt D lê op g.

Die lyn CD is loodreg aan die x-as.



Die minimum lengte van CD is 7 eenhede. Bepaal die waarde van a. (7)

[7]

VRAAG 9

9.1 ‘n Opname onder 80 mense toon die volgende voorkeure aangaande hul voertuie:

- 44 verkies Toyota
- 35 verkies Ford
- 39 verkies Volkswagen
- 23 verkies Toyota en Volkswagen
- 19 verkies Ford en Volkswagen
- 20 verkies Ford en Toyota
- 9 verkies al drie

9.1.1 Stel die inligting hier bo met ’n Venn-diagram voor. (5)

Gebruik die Venn-diagram om die volgende vrae te beantwoord:

9.1.2 Hoeveel mense verkies geen een van hierdie voertuie nie? (1)

9.1.3 Wat is die waarskynlikheid dat ’n willekeurig gekose persoon presies een van hierdie voertuie sal kies? (2)

9.2 ’n Groep van 10 kinders wat helder kleurige sweetpakke dra staan willekeurig in ’n ry.

9.2.1 Op hoeveel verskillende maniere kan hulle staan indien dit nie saak maak in watter volgorde hulle staan nie? (1)

9.2.2 Twee van die kinders dra rooi sweetpakke, drie dra blou sweetpakke en die res dra groen sweetpakke. Wat is die waarskynlikheid dat kinders wat dieselfde kleur sweetpakke dra, lang mekaar sal staan? (4)

[13]

GROOT TOTAAL [150]

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\qquad$ $A = P(1-ni)$ $\qquad$ $A = P(1-i)^n$ $\qquad$ $A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\qquad$ $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\qquad$ $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}$; $\quad r \neq 1$ $\qquad$ $S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$ $\qquad$ $P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\qquad$ $\mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\qquad$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $\qquad$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\qquad$ $m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\qquad$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$ $\qquad$ $area\ \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\qquad$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\qquad$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\qquad$ $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\qquad$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\qquad$ $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\qquad$ $b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$