NASIENRIGLYNE

EKSAMEN	NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT
GRAAD	12
DATUM	JUNIE 2024
VAK	WISKUNDE
VRAESTEL	2
PUNTE TOTAAL	150
TYDSDUUR (URE)	3
AANTAL BLADSYE	29

SACAI

SOUTH AFRICAN COMPREHENSIVE ASSESSMENT INSTITUTE

SUID-AFRIKAANSE KOMPREHENSIEWE ASSESSERINGSINSTITUUT

VRAAG 1

Om bloedskenking te bevorder is 'n bloedskenkersentrum by 'n winkelsentrum gevestig. Die tabel hieronder verskaf die daaglikse telling van bloedeenhede wat in TIEN dae deur die mense by die winkelsentrum geskenk is.

Dae	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Eenhede bloed	45	59	65	73	79	85	91	99	101	110

1.1.1 Bereken die gemiddelde van die eenhede bloed wat per dag oor die tydperk van 10 dae geskenk is. (2)

$$\bar{x} = \frac{807}{10} = 80,7$$ ✓✓ Antwoord

1.1.2 Bepaal die standaardafwyking van die data. (2)

$$\sigma = 19,45$$ ✓✓ Antwoord

1.1.3 Hoeveel dae was die aantal eenhede bloed wat by die winkelsentrum geskenk is buite een standaardafwyking van die gemiddelde? (3)

Boonste limiet $= 80,7 + 19,45 = 100,15$ ✓ gem+ 1SA

✓ gem-1SA

Onderste limiet $= 80,7 - 19,45 = 61,25$ ✓ Antwoord

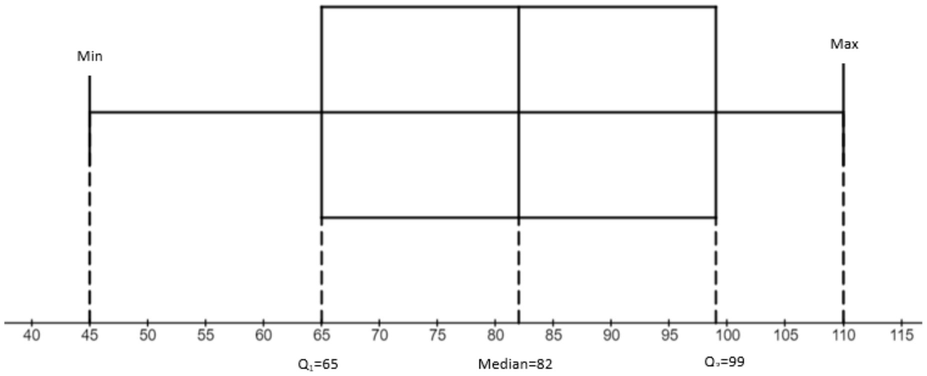
$(61,25\ ;\ 100,15)$

Aantal dae $= 5$

Slegs korrekte antwoord: volpunte, mits 1.1.1 en 1.1.2 albei korrek is

1.2.1 Teken 'n mond- en snordiagram om die aantal eenhede bloed voor te stel wat deur mense by die winkelsentrum geskenk is. (3)

Min = 45 ✓ Min &
Q_1 = 65 Maks
Median = 82 waardes
Q_3 = 99 ✓ Q_1 & Q_3
Max = 110 ✓ Mediaan &
skaal



1.2.2 Beskryf die skeefheid van die data. Motiveer jou antwoord. (2)

Data is effens negatief skeef. ✓ Anrwoord
Die gemiddelde is minder as die mediaan; 80,7 < 82 ✓ Motivering

[12]

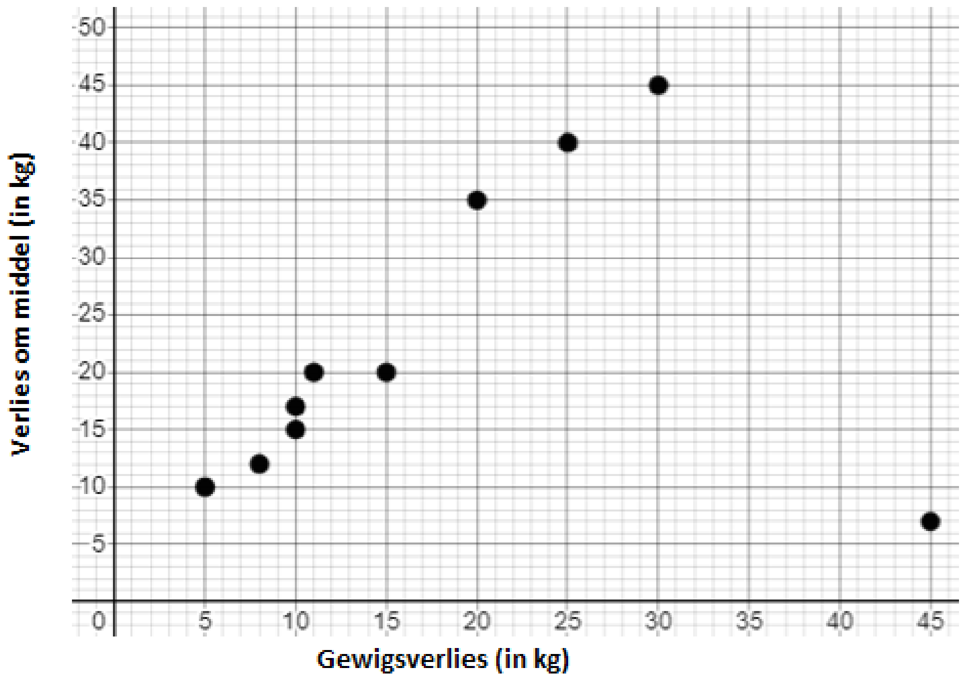
VRAAG 2

Die tabel hieronder verteenwoordig die gewigsverlies en middellyfverlies van 10 deelnemers wat aan 'n gewigsverlieskompetisie deelgeneem het.

Gewigsverlies (in kg)	5	10	45	8	10	15	25	30	11	20
Verlies om middel (in kg)	10	15	7	12	17	20	40	45	20	35

'n Spreidiagram van bogenoemde resultate word hieronder getoon.

SPREIDIAGRAM



2.1 Identifiseer 'n uitskieter in die bostaande data. (1)

$(45; 7)$ ✓ Antwoord

2.2 Bepaal die vergelyking van die kleinste-kwadrate-regressielyn vir die data. (2)

$A = 16{,}98$ ✓ $A = 16{,}98$

$B = 0{,}29$ ✓ $B = 0{,}29$

$y = 0{,}29x + 16{,}98$

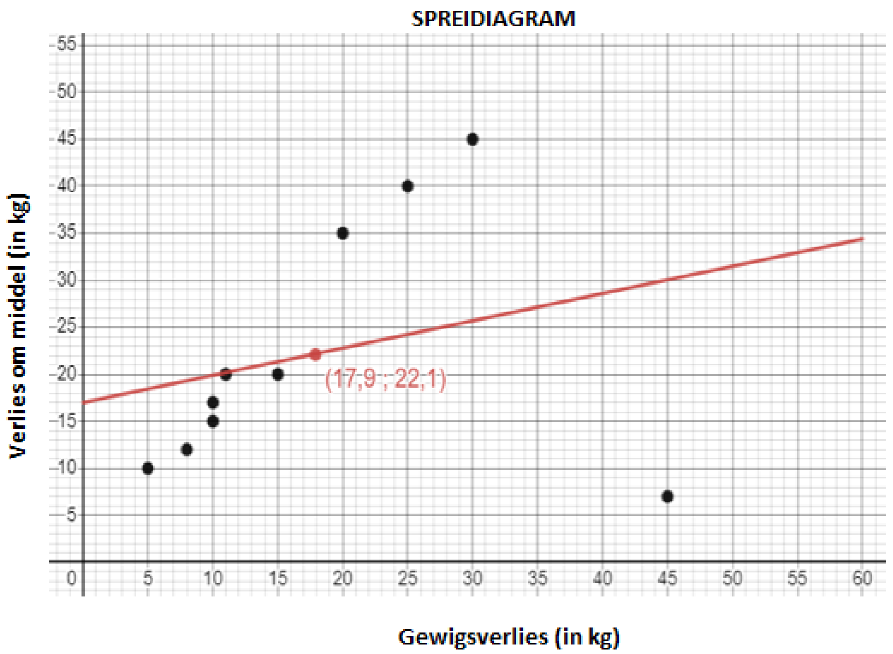
2.3 Indien 'n deelnemer in dieselfde tyd 21,2 kg verloor het. Voorspel die middellyfverlies van hierdie deelnemer, korrek tot twee desimale plekke. (2)

$y = 0{,}29x + 16{,}98$

$y = 0{,}29(21{,}2) + 16{,}98$ ✓ Subst $x = 21{,}2$

$y = 23{,}13$ mm ✓ Antwoord

2.4 Trek die kleinste vierkantige regressielyn op die spreidingsdiagram **hierbo verskaf.** (3)



✓ y-afsnit (0;16,98)

✓(17,9 ; 22,1)

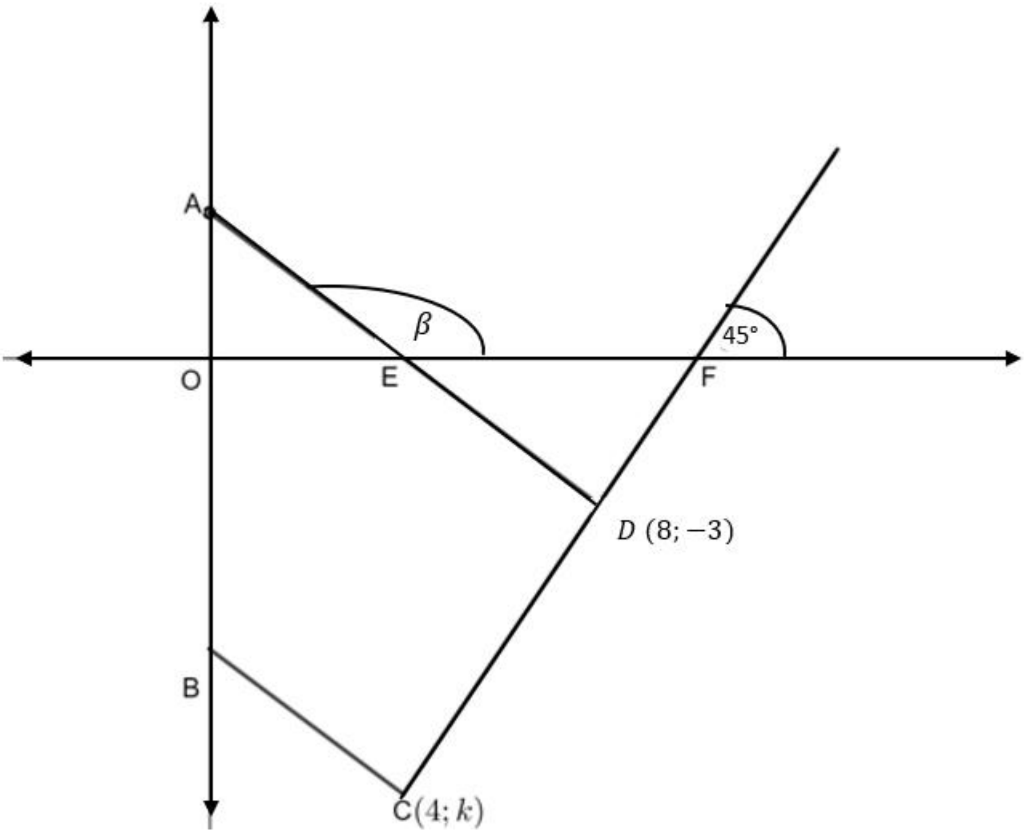
✓ geen x-afsnit

[8]

VRAAG 3

In die diagram hieronder:

- AD is 'n reguitlyn met die vergelyking $y = -\frac{3}{4}x + 3$.
- E en A is die x − en y −afsnitte respektiewelik van AD.
- Die inklinasiehoek van AD is β.
- Vanaf $C(4;k)$ word 'n lyn, ewewydig aan AD word getrek, wat die y −as by B sny.
- Lyn CD word getrek deur $D(8;-3)$ en sny die x-as by F.
- Die inklinasiehoek van CD is $45°$.



3.1 Bepaal die koördinate van A en E. (4)

$A(0;3)$ ✓ A(0;3)

E-x −afsnit; $y = 0$ ✓ y=0

$0 = -\frac{3}{4}x + 3$ ✓ Vereen-voudig

$x = 4$ ✓ E (4;0)

$E(4;0)$

3.2 Toon dat $k = -7$. (3)

$m_{CD} = \tan 45° = 1$ ✓ $m_{CD}=1$

$m_{DF} = \frac{k-(-3)}{4-8} = 1$ ✓ Sub ((8;-3)

✓ Sub (4;k)

$k + 3 = -4$

$k = -7$

OF: OF

$m_{CD} = \tan 45° = 1$

✓ $m_{CD}=1$

$\therefore y = mx + c$ OR $y - y_1 = m(x - x_1)$

$-3 = (1)(8) + c$ $y + 3 = (1)(x - 8)$ ✓ Subst (8;-3)

$c = -11$ $y = x - 11$

$y = x - 11$

$\therefore k = x - 11$ ✓ Subst (4;k)

$k = 4 - 11$

$\therefore k = -7$

3.3 Bepaal die vergelyking van BC. (3)

Gegee AD ∥ BC, $m_{AD} = m_{BC}$ ✓ $m_{BC} = -\frac{3}{4}$

$\therefore\ m_{BC} = -\frac{3}{4}$

✓ Subst (4;-7)

$y = mx + c$ **OF** $y - y_1 = m(x - x_1)$

$-7 = \left(-\frac{3}{4}\right)(4) + c$ $y + 7 = \left(-\frac{3}{4}\right)(x - 4)$ ✓ Antwoord

$c = -4$

$\therefore y = -\frac{3}{4}x - 4$ $y = -\frac{3}{4}x - 4$

3.4 Bepaal of ΔDEF reghoekig is. Wys al jou berekeninge. (4)

$m_{DF} = \tan 45° = 1$ ✓ $m_{DF}=1$

$m_{AD} = -\frac{3}{4}$

✓ $m_{AD} \times m_{D\dot{F}}$

$m_{AD} \times m_{D\dot{F}} = -\frac{3}{4} \times 1$ ✓ $\neq -1$

✓ Gevolg-trekking

$m_{AD} \times m_{D\dot{F}} = -\frac{3}{4} \neq -1$

∴ ΔDEF is nie reghoekig nie.

3.5 Bereken die oppervlakte van ΔDEF. (5)

CF:

$y = mx + c$ OR $y - y_1 = m(x - x_1)$

$-3 = (8) + c$ $y - (-3) = x - 8$

$c = -11$ $y = x - 11$

$y = x - 11$ ✓ F(11;0)

$F(11; 0)$ ✓ $EF = 7$

$EF = 11 - 4 = 7$

$DF = \sqrt{(11-8)^2 + (0-(-3))^2}$ ✓ $DF = 3\sqrt{2}$

✓ Korr. Subst in oppv reël

$DF = 3\sqrt{2}$

✓ Antwoord

$Area = \frac{1}{2} EF \cdot DF \sin 45°$

$Area = \frac{1}{2}(7)(3\sqrt{2})\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$Area = \frac{21}{2} \quad or\ 10{,}5\ eenheid^2$

3.6 Laat G 'n punt in die vierde kwadrant wees sodat CEDG 'n parallelogram vorm. Bereken die koördinate van G. (4)

$E(4;0)$ CA vanaf 3.1

Hoeklyne van parm halveer mekaar. ✓ midpt CD waarde

Midpt CD: $\left(\frac{8+4}{2}\ ;\ \frac{-3-7}{2}\right) = (6\ ;\ -5)$

$\therefore$ midpt EG$= (6;-5) = \left(\frac{x+4}{2}\ ;\ \frac{y+0}{2}\right)\ldots$ ✓ midpt EG waarde

$\therefore\ \frac{x+4}{2} = 6$ en $\frac{y+0}{2} = -5$

$x = 8$ $y = -10$

$\therefore G\ (8\ ;\ -10)$

OF: OF

Translasie:

Vanaf E na D x-waardes: 4 ✓ $4+4$

Vanaf D na G y-waardes: 7 af ✓ $-3-7$

$G:(4+4\ ;\ -3-7)$ ✓ $x = 8$

$\therefore G\ (8;\ -10)$ ✓ $y = -10$

OF:

C na E het dieselfde x-waardes, $\therefore EC \perp x - as$

D en E behoort dieselfde x-waardes te hê omdat $EC \parallel DG$,

$x_G = 8$

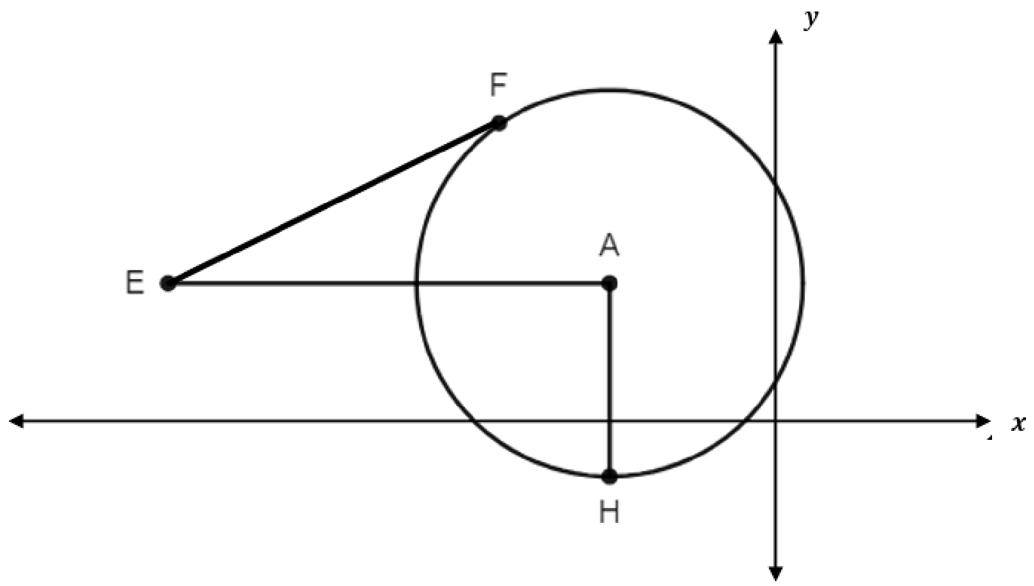
Vanaf D na G y-waardes: 7 afwaarts

$\therefore G(8;-10)$

[23]

VRAAG 4

In die diagram word sirkel met middelpunt A en vergelyking $x^2 + y^2 + 12x - 10y = -12$ gegee.
AE is ewewydig aan die x-as en AH is loodreg op die x –as.
EF is 'n raaklyn aan die sirkel sodat $EF = \sqrt{95}$.



4.1 Bepaal die koördinate van A en die radius van die sirkel. (5)

$x^2 + 12x + (6)^2 + y^2 - 10y + (5)^2 = -12 + 36 + 25$

✓ $(x + 6)$

$(x + 6)^2 + (y - 5)^2 = 49$ ✓ $(y - 5)$

✓ 49

A = $(-6\,;\ 5)$ ✓ A(-6;5)

Radius= 7 ✓ r=7

4.2 Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan die sirkel by punt H. (1)

$y = -2$ ✓ Antwoord

4.3 Bepaal die koördinate van E. (3)

$EA = \sqrt{\left(\sqrt{95}\right)^2 + (7)^2}$ . . . Pythagoras ✓ Gebruik Pythagoras

$EA = 12$ ✓ EA=12

✓ E(-18;5)

$E\,(-6 - 12\,;5)$

$= E(-18; 5)$

OF: OF

$EA = \sqrt{\left(\sqrt{95}\right)^2 + (7)^2}$ . . . Pythagoras $EA = 12$ $(12)^2 = (x+6)^2 + (5-5)^2$ $144 = x^2 + 12x + 36$ $x^2 + 12x - 108 = 0$ $(x-6)(x+18) = 0$ $x = 6$ or $x = -18$ $\therefore E(-18\,;5)$	✓ Gebruik Pythagoras ✓ afstand-formule ✓ E(-18;5)

4.4 Bereken die grootte van $F\hat{E}A$. (2)

$\tan F\hat{E}A = \frac{7}{\sqrt{95}}$	✓ tan verhouding
$F\hat{E}A = 35{,}69°$	✓ Antwoord
OF	OF
$\sin F\hat{E}A = \frac{7}{12}$ $F\hat{E}A = 35{,}69°$	✓ sin verhouding ✓ Antwoord
OF	OF
$\cos F\hat{E}A = \frac{\sqrt{95}}{12}$ $F\hat{E}A = 35{,}69°$	✓ cos verhouding ✓ Antwoord

4.5 ‘n Sirkel met middelpunt B en met die vergelyking $(x+10)^2+(y-5)^2=k$, raak intern aan sirkel A.
Bereken die waarde van k. (2)

A (-6 ; 5)
B (-10; 5)

$AB=\sqrt{(-10+6)^2+(5-5)^2}$ ✓ AB=4
$AB=4$ eenhede

$r_A-r_B=AB$
$7-r=4$
$r=3$

$\therefore k=r^2=9$ ✓ k=9

4.6 Sirkel A word om die x-as gereflekteer en 2 eenhede na regs transleer om 'n nuwe sirkel met middelpunt P te vorm.
Skryf die vergelyking van sirkel P neer. (2)

$(x+6-2)^2+(y+5)^2=49$ ✓ $(x+4)^2$
$(x+4)^2+(y+5)^2=49$ ✓ $(y+5)^2$

[15]

VRAAG 5

5.1 Indien $17\cos\theta = -8$ en $0° < \theta < 180°$, bereken, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar:**

5.1.1 $\tan(360° - \theta)$. (3)

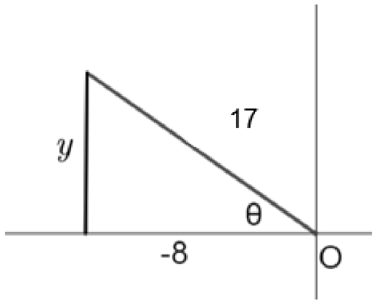
$\cos\theta = -\frac{8}{17}$

$y = \sqrt{(17)^2 - (8)^2}$

$y = 15$

$\tan(360° - \theta) = -\tan\theta$

$= -\left(\frac{15}{8}\right)$



✓ $\cos\theta = -\frac{8}{15}$

✓ $y = 15$

✓ Antwoord

5.1.2 $\sin 2\theta$. (3)

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\ \theta$

$= 2\left(\frac{15}{17}\right)\left(-\frac{8}{17}\right)$

$= -\frac{240}{289}$

CA vanaf 6.1.1
✓ Identiteit
✓$\sin\theta$
✓ Antwoord
(nie desimaal)

5.1.3 $\sin(810° - \theta)$. (3)

$\sin(810° - \theta) = \sin(90° - \theta)$ ✓ sin (90°-θ)

$= \cos\theta$ ✓ cos α

$= -\frac{8}{17}$ ✓ Antwoord

5.2 Druk die volgende uit as 'n enkele trigonometriese verhouding. **Die gebruik van 'n sakrekenaar is nie toegelaat nie.**

$$\frac{2}{\sin(30°+x)\cos x-\cos(30°+x)\sin x}\times\frac{\sin(138°)\cdot\sin(48°)}{1-2\sin^2 318°}$$ (7)

$=\frac{2}{\sin(30°+x-x)}\times\frac{(\sin 42°)(\sin 48°)}{1-2(-\sin 42°)^2}$

$=\frac{2}{\sin 30°}\times\frac{\sin 42°\cdot\cos 42°}{1-2(\sin^2 42°)}$

$=\frac{\sin 84°}{\frac{1}{2}\cdot\cos 84°}$

$=2\tan 84°$

✓ -sin 42°
✓ -sin 48°
✓ sin 30°
✓ cos 42°
✓ sin 84°
✓ $\frac{1}{2}$
✓ 2 tan 84°

OF OF

$=\frac{2}{\sin(30°+x-x)}\times\frac{(\sin 42°)(\sin 48°)}{\cos^2 318°}$

$=\frac{2}{\sin 30°}\times\frac{\sin 42°\cdot\cos 42°}{\cos 84°}$

$=\frac{\sin 84°}{\frac{1}{2}\cdot\cos 84°}$

$2\tan 84°$

✓ -sin 42°
✓ -sin 48°
✓ cos 42°
✓ sin 84°
✓ $\frac{1}{2}$
✓ cos 84°
✓ 2 tan 84°

5.3 Gegee:

$$\frac{2\sin 2x-\cos^2 x-\sin^2 x+\cos 2x}{2\cos x-\sin x}=2\sin x$$

5.3.1 Vir watter waarde(s) van x is die identiteit ongedefinieerd? (4)

Identity is ongedefineerd indien $2\cos x-\sin x=0$ ✓ $2\cos x - \sin x = 0$

$2\cos x=\sin x$

$2=\frac{\sin x}{\cos x}$

$\tan x=2$ ✓ $\tan x = 2$

✓✓ Antwoord

$x = 63{,}43° + k \cdot 180°\ ;\ k\epsilon Z$

of

$x = 180° + 63{,}43° + k \cdot 180°\ ;\ k\epsilon Z$
$x = 243{,}43° + k \cdot 180°\ ;\ k \in Z$

5.3.2 Bewys die identiteit volledig. (5)

$$LK = \frac{2(2\sin x\cos x) - (\cos^2 x + \sin^2 x) + (1 - 2\sin^2 x)}{2\cos x - \sin x}$$

$$= \frac{4\sin x\cos x - 1 + 1 - 2\sin^2 x}{2\cos x - \sin x}$$

$$= \frac{2\sin x\,(\cos x - \sin x)}{2\cos x - \sin x}$$

$$= 2\sin x$$

$$= RK$$

✓ $2\ sin\ x\ cos\ x$
✓ $(\cos^2 x + \sin^2 x)$
✓ $1 - 2\sin^2 x$
✓ 1
✓ $2\sin x(\cos x - \sin x)$

OF OF

$$LK = \frac{2(2\sin x\cos x) - \cos^2 x - \sin^2 x + (\cos^2 x + \sin^2 x) - 2\sin^2 x}{2\cos x - \sin x}$$

$$= \frac{4\sin x\cos x - 2\sin^2 x}{2\cos x - \sin x}$$

$$= \frac{2\sin x\,(\cos x - \sin x)}{2\cos x - \sin x}$$

$$= 2\sin x$$

$$= RK$$

✓ $(\cos^2 x + \sin^2 x)$
✓ $4\ sin\ x\cos x$
✓ 4sin $x$cosx - 2sin$^2 x$
✓ $2\sin x$
✓ $(\cos x - \sin x)$

OF OF

$$LK = \frac{2(2\sin x\cos x) - \cos^2 x - \sin^2 x + (2\cos^2 x - 1)}{2\cos x - \sin x}$$

$$= \frac{4\sin x\cos x - \cos^2 x - \sin^2 x + 2\cos^2 x - (\cos^2 x + \sin^2 x)}{2\cos x - \sin x}$$

$$= \frac{2\sin x\,(\cos x - \sin x)}{2\cos x - \sin x}$$

$$= 2\sin x$$

✓ $2\cos^2 x - 1$
✓ $4\ sin\ x\cos x$
✓ $(\cos^2 x + \sin^2 x)$
✓ $2\sin x$
✓ $(\cos x - \sin x)$

$= RK$

5.3.3 Vervolgens, of andersins, bepaal die waarde(s) van x sodanig dat

$2\sin 2x - \cos^2 x - \sin^2 x + \cos 2x = 4\cos x - 2\sin x\,, as\ x\epsilon[-360°; 360°]$ (4)

$2\sin 2x - \cos^2 x - \sin^2 x + \cos 2x = 2(2\cos x - \sin x)$

$$\frac{2\sin 2x - \cos^2 x - \sin^2 x + \cos 2x}{2\cos x - \sin x} = 2$$

✓ Gemene faktor $2(2\cos x - \sin x)$

✓ ÷ beide kante $2\cos x - \sin x$

$\therefore 2\sin x = 2$

$\sin x = 1$

✓ 2 sin x=2

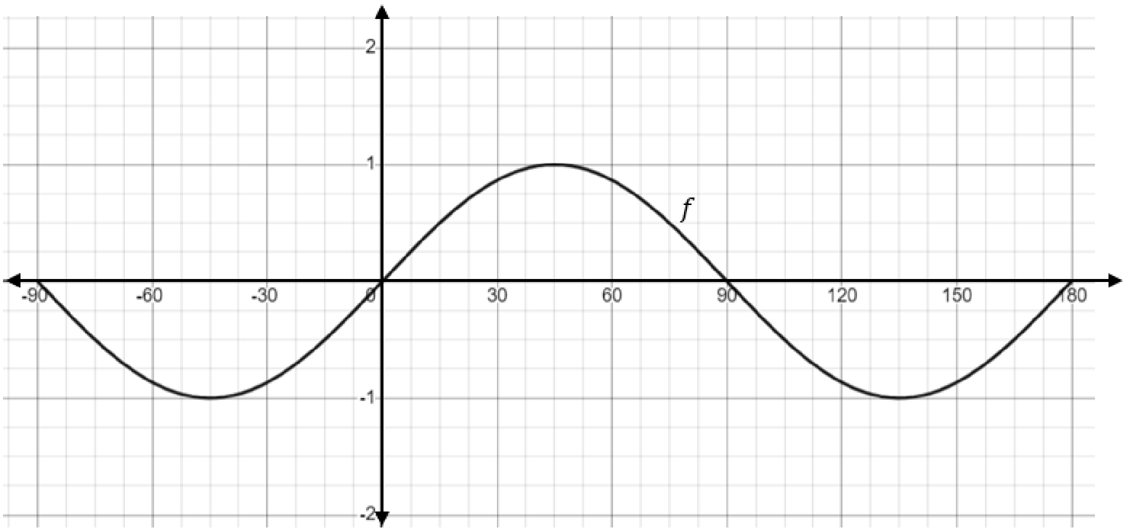
✓ -270° EN 90°

$x\epsilon\{-270°\,; 90°\}$

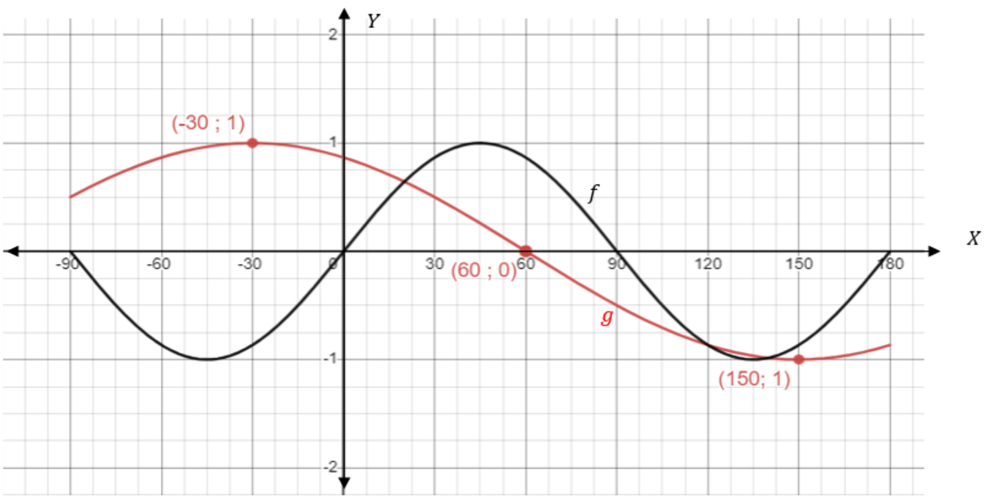
[29]

VRAAG 6

Die onderstaande diagram toon die grafiek van $f(x) = \sin 2x$, waar $x \epsilon [-90°; 180°]$.



6.1 Skets die grafiek van $g(x) = \cos(x + 30°)$ **op dieselfde assestelsel as hierbo** vir $x \epsilon [-90°; 180°]$. (4)



✓ (-30°;1)

✓ (60°;0)

✓ (150°; -1)

✓ vorm

6.2 Bepaal die x-waarde(s) vir die snydingspunt van f en g, indien $x \epsilon [-90°; 180°]$. (4)

$f(x) = g(x)$

$\sin 2x = \cos(x + 30°)$

$\sin 2x = \sin[90° - (x + 30°)]$

V.H.= $60° - x$

$2x = 60° - x + k.360° \, ; k \epsilon Z$ of $2x = 180 - (60° - x) + k.360° \, ; k \epsilon Z$

$3x = 60° + k.360°$ $\quad$ $x = 120° + k.360°$

$x = 20° + k.120°; \; k \epsilon Z$

$x \epsilon \{20° \, ; 120°; 140°\}$

✓ $\sin(60° - x)$

✓ $20° + k.120°$

✓✓ Al DRIE x –waardes

6.3 Gebruik jou grafiek en die waarde(s) bereken in 6.1 en bepaal die waarde(s) van x so dat:

6.3.1 $f'(x) = 0$, if $x > 0$ (2)

$x = 45°$ or $x = 135°$

✓ $x = 45°$
✓ $x = 135°$

6.3.2 $\sin x \cos x > \frac{1}{2}\cos(x + 30°)$ (5)

CA vanf 6.1

$2\sin x \cos x > \cos(x + 30°)$

$\sin 2x > \cos(x + 30°)$

$x\epsilon(20°\,;120°) \;\cup\; (140°\,;180°]$

✓$\sin 2x >$ $\cos(x + 30)$
✓ (20°; ✓ 120°)

✓ (140°
✓ 180°]

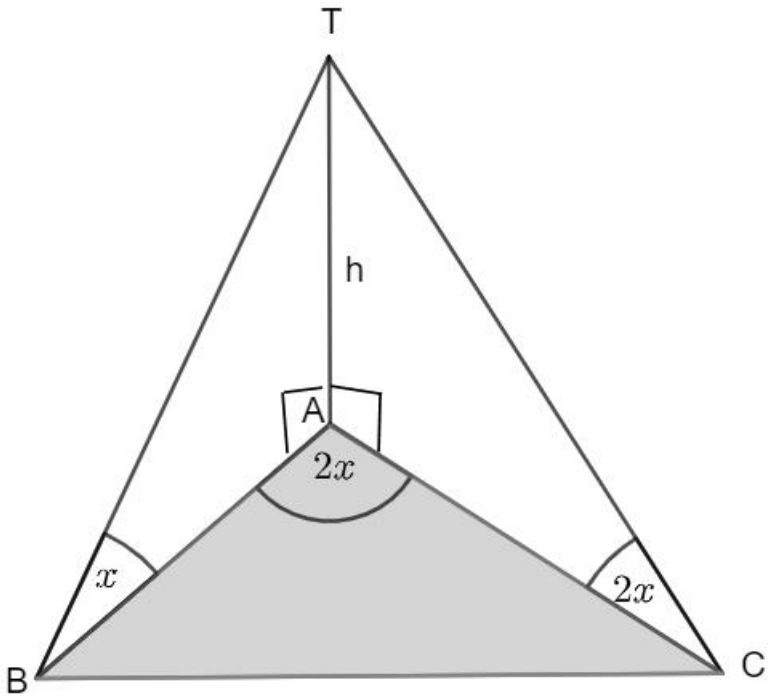
OF

$20° < x < 120°$ or $140° < x \leq 180°$

[15]

VRAAG 7

In die diagram is AT 'n vertikale toring.
A, B en C lê in dieselfde horisontale vlak. Die hoogtehoek na die bokant van die toring vanaf B is x en die hoogtehoek na die bokant van die toring vanaf C is $2x$.
$B\hat{A}C = 2x$.



7.1 Druk AC en AB uit in terme van x en h. (3)

$\tan A\hat{C}T = \frac{AT}{AC}$ ✓ Tan verhouding

$AC = \frac{h}{\tan 2x}$ ✓ $AC = \frac{h}{\tan 2x}$

$\tan A\hat{B}T = \frac{AT}{AB}$

$AB = \frac{h}{\tan x}$ ✓ $AB = \frac{h}{\tan x}$

7.2 Vervolgens, bewys dat $Oppervlakte\ \Delta ABC = \dfrac{h^2 \cos 2x}{2 \tan x}$ (4)

$$Oppv\ \Delta ABC = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \sin B\hat{A}C$$

$$Oppv\ \Delta ABC = \frac{1}{2}\left(\frac{h}{\tan x}\right)\left(\frac{h}{\tan 2x}\right)\sin 2x$$

✓ Korr subst in koo formule

$$Oppv\ \Delta ABC = \frac{h^2 \sin 2x}{2 \tan x \cdot \dfrac{\sin 2x}{\cos 2x}}$$

✓ tan 2x ident.

✓ x omgekeerdel

$$Oppv\ \Delta ABC = \frac{h^2 \sin 2x}{2 \tan x} \times \frac{\cos 2x}{\sin 2x}$$

$$Oppv\ \Delta ABC = \frac{h^2 \cos 2x}{2 \tan x}$$

7.3 Bepaal die oppervlakte van ΔABC indien $h = 12$ en $x = 32°$. (2)

$$Oppv\ \Delta ABC = \frac{(12)^2 \cos 2(32)}{2 \tan(32)}$$

✓ Subst.

✓ Antwoord

$$Oppv\ \Delta ABC = 50{,}51\ eenhede^2$$

[9]

VRAAG 8

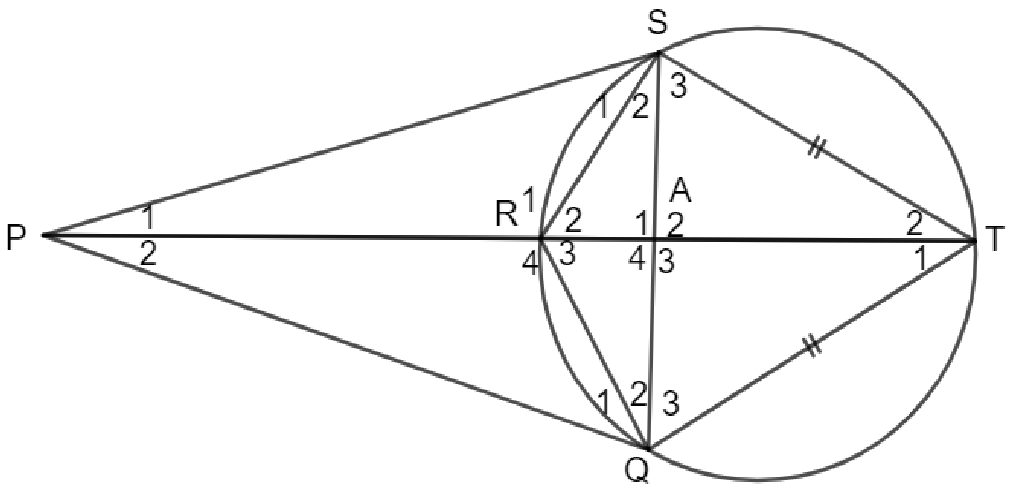
8.1 Voltooi die volgende stelling korrek:

Die hoek tussen 'n raaklyn aan 'n sirkel en 'n koord getrek vanaf die kontakpunt is . . . (2)

. . . gelyk aan 'n hoek in die teenoorgestelde sirkelsegment van die sirkel. ✓✓ Antwoord

8.2 In die diagram:

- Q, R, S en T lê op die omtrek van die sirkel.
- ST = QT
- PS en PQ is raaklyne aan die sirkel by S en Q respektiewelik.
- PRAT is 'n reguitlyn en sny die reguitlyn SQ in A.



8.2.1 Gee 'n rede waarom $P\hat{S}Q = P\hat{Q}S$. (2)

$PS = PQ$ ✓✓ R

$\therefore P\hat{S}Q = P\hat{Q}S$ . . . ∠'e teenoor = sye

OF

$P\hat{S}Q = P\hat{Q}S$ . . . Raaklyne vanaf gemeenskaplike punt buite sirkel.

8.2.2 Bewys dat $Q\hat{R}S = 2\hat{S}_3$. (3)

$\hat{S}_3 = \hat{Q}_3$ . . . ∠'e teenoor = sye

✓ S & R

$\hat{R}_3 = \hat{S}_3$ . . . ∠'e in dieselfde segment

✓ S & R

$\hat{Q}_3 = \hat{R}_2$ . . . ∠'e in dieselfde segment

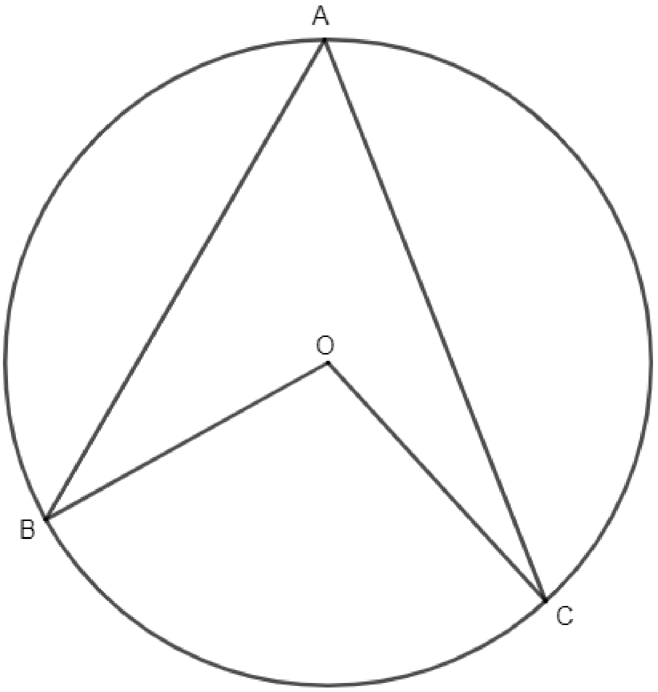
✓ S & R

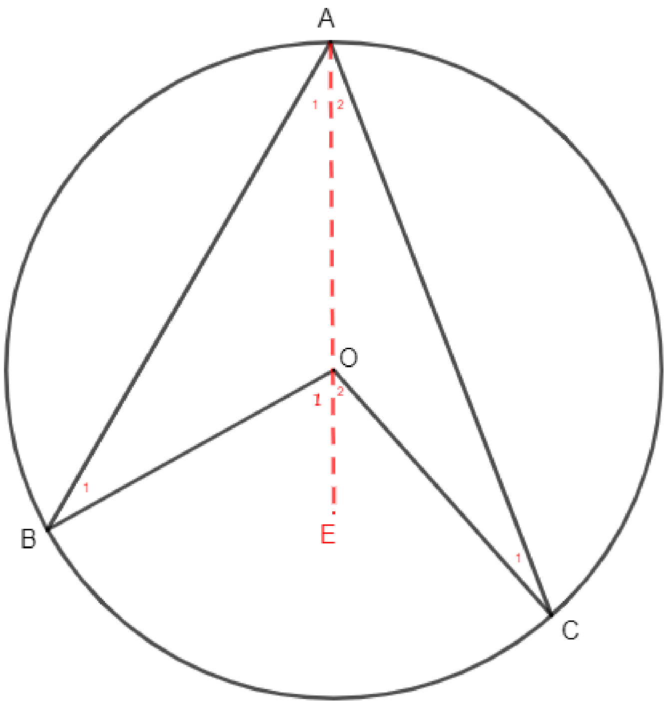
$Q\hat{R}S = \hat{Q}_3 + \hat{Q}_3 = 2\hat{S}_3$

[7]

VRAAG 9

9.1 Gebruik die diagram om te bewys dat $B\hat{O}C = 2B\hat{A}C$. (5)





Konstruksie: Trek AO en verleng na D: ✓ Konstruksie

$\hat{A}_1 = \hat{B}$ . . . ∠'e teenoor = sye AO = OB (radii) ✓ ∠'e teenoor = sye

And $\hat{A}_2 = \hat{C}$ . . . . ∠'e teenoor = sye AO = OC (radii)

✓ buite ∠ = som t.o.

$\hat{O}_1 = \hat{A}_1 + \hat{B}$ . . . buite ∠ = som teenoorst binne ∠'e van △AOB

$\therefore\ \hat{O}_1 = 2A_1$

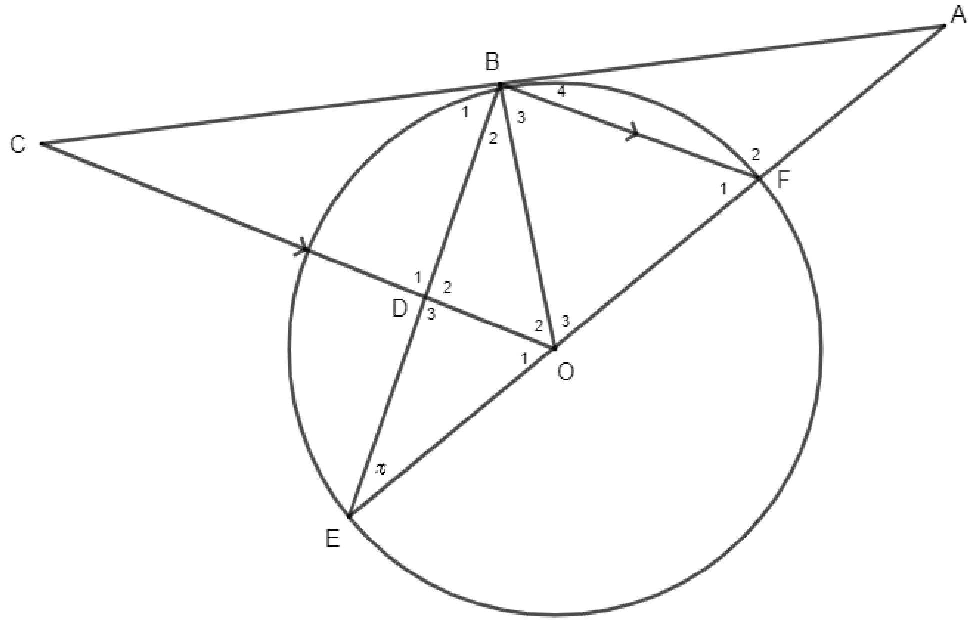
$\hat{O}_2 = \hat{A}_2 + \hat{C}$. . . buite ∠ = som teenoorst. binne ∠'e van △AOC
$\therefore\ \hat{O}_2 = 2\hat{A}_2$ ✓ $B\hat{O}C = \hat{O}_1 + \hat{O}_2$

$B\hat{O}C = \hat{O}_1 + \hat{O}_2$
$B\hat{O}C = 2\hat{A}_1 + 2A_2$
$B\hat{O}C = 2(\hat{A}_1 + \hat{A}_2)$
$B\hat{O}C = 2B\hat{A}C$

✓ $B\hat{O}C = 2(\hat{A}_1 + \hat{A}_2)$

9.2 In die diagram:

- O is die middelpunt van die sirkel.
- EF, die middellyn van die sirkel is verlang na A.
- ABC is 'n raaklyn aan die sirkel by B.
- CO ∥ BF
- $\hat{E} = x$



9.2.1 Stel, met redes, DRIE ander hoeke gelyk aan x. (3)

$\hat{B}_4 = x$ . .. . taaklyn-koord ✓ S&R
$\hat{B}_2 = x$ . . .∠'e t.o.= sye (BO = EO radi) ✓ S&R
$\hat{C} = \hat{B}_4 = x$ . . . . ooreenk. $\angle'e\ , BF \parallel CO$ ✓ S&R

9.2.2 Bepaal, met redes, $\hat{O}_3$ in terme van x. (2)

$\hat{O}_3 = 2x$ . . . ∠ by mdp = 2x ∠ by omtrek ✓ $2x$ ✓ R

OF

$\hat{O}_3 = 2x$ . . . Buite ∠ = som t.o. binne ∠'e

9.2.3 Bewys dat D die middelpunt van BE is. (4)

$E\hat{B}F = 90°$ . . . ∠ in semi-sirkel ✓ S ✓ R

$\therefore \hat{D}_2 = 90°$ . . . Ko-binne ∠'e ; BF||CO ✓ S & R

$\therefore OD \perp BE$

$\therefore BD = DE$ . . . lyn vanaf middelpunt ⊥ op koord ✓ R

9.2.4 Bewys dat BOEC 'n koordevierhoek is. (2)

$\hat{C} = \hat{E} = x$ . . . bewys ✓ $\hat{C} = \hat{E} = x$

BOEC is koordevierhoek. . .omgekeerde ∠'e in dieselfde segment ✓ R

9.2.5 Bewys dat ΔABF ||| ΔAEB. (3)

In ΔABF en ΔAEB:

$\hat{A} = \hat{A}$ . . . gemeen	✓ gemeen ∠
$\hat{B}_4 = \hat{E} = x$ . . . bewys	✓ 2^{de} ∠
$\therefore A\hat{F}B = A\hat{B}E$ . . . binne ∠'e van Δ'e	
	✓ R
$\therefore \Delta ABF$ ||| ΔAEB . . . H,H,H	

9.2.6 Bewys dat $2ED.AB = AE.BF$. (3)

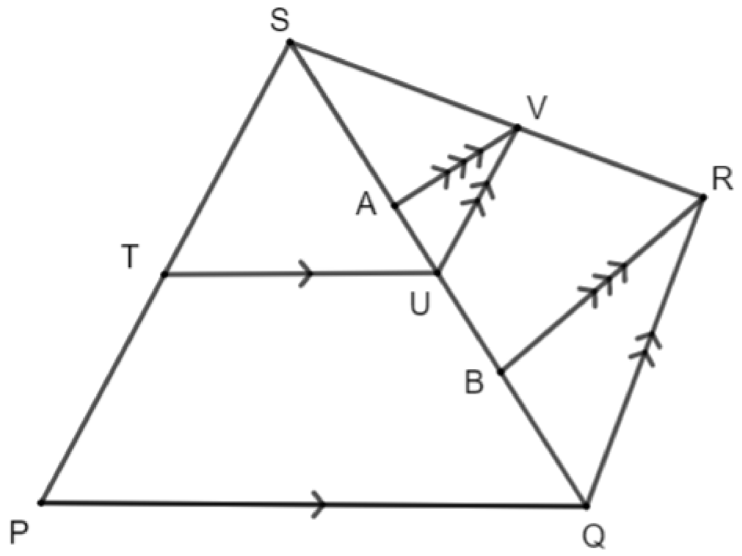
$\frac{EB}{BF} = \frac{AE}{AB}$ . . . ΔABF ||| ΔAEB	✓ Verhou-ding
$EB.AB = BF.AE$	✓ Vereenv. y ✓ $EB = 2ED$
But $EB = 2.ED$ . . . D is mdpt van EB	
$\therefore 2ED.AB = BF.AE$	

[22]

VRAAG 10

In die diagram is ΔSPQ en ΔSQR gegee:

- T lê op SP en U op SQ met TU || PQ.
- V lê op SR met UV || QR.
- A en B lê op SQ met AV || BR.
- SP = 14 eenhede.
- ST = 8 eenhede.
- B is die middelpunt van UQ.



10.1 Bepaal, met redes, die verhouding van SV : VR. (4)

$TP = 14 - 8 = 6$ eenhede ✓ TP=6

$\frac{SV}{VR} = \frac{SU}{UQ}$ ... eweredigheidstelling, $UV \parallel QR$ **OF** lyn ‖een kant van Δ ✓ S & R

$\frac{SU}{UQ} = \frac{ST}{TP}$ ... eweredigheidstelling $TU \parallel PQ$ **OR** lyn ‖een kant van Δ ✓ S & R

$\therefore \frac{SV}{VR} = \frac{ST}{TP} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ ✓ $\frac{4}{3}$

10.2 Bepaal, met redes, die verhouding van BR : AV. (3)

$\therefore \frac{RB}{VA} = \frac{SR}{SV}$ $\ldots \Delta SVA ||| \Delta SRB$ **OF** eweredigheidst. ; AV∥BR **OR** lyn ∥ een sy van Δ ✓ S & R

✓ $SV + VR$

$\frac{RB}{VA} = \frac{SV + VR}{SV} = \frac{8+6}{8} = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$ ✓ $\frac{7}{4}$

10.3 Toon dat $8UB = 3SU$. (3)

$\frac{SU}{UQ} = \frac{SV}{VR} = \frac{4}{3}$ ...eweredigheidst, $UV \parallel QR$ ***OR*** lyn ∥ een sy van Δ ✓ S & R

$UB = BQ$ . . . gegee B midpt van UQ ✓ $UB = BQ$

$\therefore \frac{SU}{UB} = \frac{4}{1{,}5} = \frac{8}{3}$ ✓ $\frac{SU}{UB} = \frac{8}{3}$

$3SU = 8UB$

[10]

GROOT TOTAAL: [150]

INFORMATION SHEET: MATHEMATICS

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad$ $A = P(1-ni)$ $\quad$ $A = P(1-i)^n$ $\quad$ $A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad$ $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad$ $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}$; $r \neq 1$ $\quad$ $S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$ $\quad$ $P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad$ $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad$ $m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\quad$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$ $\quad$ *area* $\Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad$ $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\quad$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad$ $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad$ $b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$